

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.В. Тюрин, И.А. Морев, Ю.А. Волчков

ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ В СЕЛЕКЦИОННО-ГЕНЕТИЧЕСКИХ
ИССЛЕДОВАНИЯХ

Практикум

Краснодар 2003

УДК 517:57 (076.5)

ББК 22.16:28.0я73

Авт.зн. Т985

Тюрин В.В. Морев И.А., Волчков Ю.А.

Дискриминантный анализ в селекционно-генетических исследованиях: Практикум. Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2003. 24 с.

Практикум содержит основные понятия, методы и алгоритмы использования дискриминантного анализа в биологических исследованиях.

Адресуется студентам и специалистам биологических специальностей.

Рецензенты:

Старший научный сотрудник лаборатории селекции и биотехнологии ВНИИТТИ, канд.биол.наук Шпаков А.Э.

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Кубанского государственного университета

© Кубанский государственный
университет, 2003

© Тюрин В.В., Морев И.А.,
Волчков Ю.А., 2003

Предисловие

Практикум адресуется студентам биологического факультета 3 курса дневной и 5 курса заочной формы обучения, а также выполняющим дипломные работы и аспирантам.

Предназначен для проведения практических занятий по спецкурсу "Методы анализа изменчивости комплексов признаков в генетико-селекционных исследованиях", а также для помощи в решении конкретных задач при обработке данных.

Математический аспект теории дискриминантного анализа изложен в ряде специальных пособий. Например, ему посвящены разделы книг С.А. Айвазяна с соавторами "Прикладная статистика" (1989) и "Компьютерная биометрика" под редакцией В.Н. Носова (1990). Однако для студентов-биологов, не имеющих специальной подготовки по соответствующим разделам математики, это изложение сложно.

В рамках данного практикума предпринята попытка использования геометрических интерпретаций существа подхода и характера получаемых результатов. Также приведены таблицы основных результатов дискриминантного анализа из программы STATISTICA.

Задачи дискриминантного анализа

Дискриминация (от лат. *discriminatio*) означает различение, разделение. Именно в различении групп объектов и изучении характера этих различий заключается основная задача дискриминантного анализа.

Такая задача регулярно встает практически в каждой области биологии. Например, в генетике при сравнении потомств от разных родительских форм на фоне обычно широкой индивидуальной изменчивости особей, в физиологии, биохимии – при сравнении различных серий опытов (или опыта и контроля) на фоне "разброса" результатов отдельных повторностей; в систематике – при разделении таксонов низкого ранга и определении таксономической принадлежности особи; в популяционной биологии – при сравнении различных популяций вида и т.д.

Дискриминантный анализ относится к категории методов многомерного статистического анализа, предполагающих описание объектов комплексом признаков. Высокая разрешающая способность таких методов обусловлена не только принципом "больше учтенных признаков – больше информации". Не менее важно, что эти методы учитывают систему корреляции признаков.

Как и многие другие многомерные методы, дискриминантный анализ основан на построении линейных комбинаций признаков – функций, в которые каждый из них входит со своим коэффициентом (вкладом). В дискриминантном анализе линейные комбинации называются соответственно дискриминантными функциями:

$$DF = b_1x_1 + \dots + b_ix_i + \dots + b_px_p + C,$$

где DF – значение дискриминантной функции; x_i – численное значение i -го признака; b_i – вклад i -го признака в значение функции; p – число признаков; C – константа.

Дискриминантный анализ обеспечивает объективное сравнение (разделение) групп за счет искусственной минимизации внутригруппового разнообразия (дисперсии).

Обратившись к дискриминантному анализу, можно не только оценить достоверность межгрупповых различий и оценить "расстояния" между группами, но также определить те признаки из числа учтенных, которые в первую очередь обуславливают межгрупповые различия. Более того, когда две (или большее число) группы уже разделены в дискриминантном анализе, возможно определить принадлежность неизвестного объекта к одной из них.

Математические основы и геометрическая интерпретация результатов дискриминантного анализа

Исходные данные для дискриминантного анализа должны представлять собой совокупность объектов, разделенных на несколько групп (классов). Число признаков, по которым описаны объекты, не может быть меньше двух и не должно превышать суммарного числа объектов.

Признаки должны быть количественными, а распределение их значений в каждом классе – нормальным. Недопустимо включение в комплекс признаков с единичной (полной) корреляцией.

Описание объекта по комплексу из "р" признаков геометрически эквивалентно определению его координат в р-мерном пространстве. Единичному объекту в пространстве отвечает точка, группе объектов – "облако точек". Два или более облака точек, отвечающих изучаемым группам объектов, нередко перекрываются, т.е. неоднозначно различимы. Практически всегда есть особи с такой ординацией в пространстве, которая не позволяет однозначно отнести их к той или иной группе. Задача дискриминантного анализа геометрически формулируется как построение нового пространства, в котором принадлежность объектов к группам

определяется однозначно – перекрывание облаков точек становится минимальным.

Координаты объектов в новом ортогональном пространстве определяются значениями дискриминантных функций (DF) – специфических линейных комбинаций признаков, определяемых на основе двух корреляционных матриц: межгрупповой (корреляции групповых средних) и внутригрупповой (корреляции признаков особей в группах). Выбор таких осей производится по критерию максимума отношения межгрупповой дисперсии к внутригрупповой. Математически выбор основан на сравнении матрицы корреляции групповых средних с матрицей корреляции тех же признаков внутри групп.

Суть подхода иллюстрирует рис. 1. Пусть мы имеем две группы объектов, описанных по двум переменным. Эти переменные образуют плоскость, на которой каждая из групп представлена в виде облака точек. Центроиды этих групп обозначены А и В. При рассмотрении проекций крайних объектов каждой группы на координатные оси признаков, например ось Х, видны области перекрывания групп. Иными словами, в каждой из групп имеются объекты, положение которых не определено. Они не могут быть однозначно отнесены к той или иной группе. На рисунке это объекты в интервале $x_{b1} - x_{a2}$. Но можно построить новую ось (на рис. 1 – DF), значения которой по иному учтут исходную изменчивость. Внутригрупповая изменчивость будет минимизирована и за счет этого четко будут выражены межгрупповые различия – перекрывание облаков точек исключено. Новая ось – новый интегральный признак – является линейной комбинацией исходных признаков – дискриминантной функцией.

Из рис.1 ясно, в результате чего достигается четкое разделение групп – минимизация внутригрупповых различий. Действительно, расстояние между проекциями объектов a_1 , a_2 и b_1 , b_2 на ось дискриминантной функции меньше, чем расстояния между их проекциями на ось Х.

Расстояние между проекциями центроидов групп А и В на ось DF за счет этого оказывается большим, чем расстояние между проекциями на ось X (и аналогично на ось Y). Это расстояние, называемое расстоянием Махаланобиса, и оценивает действительные различия групп.

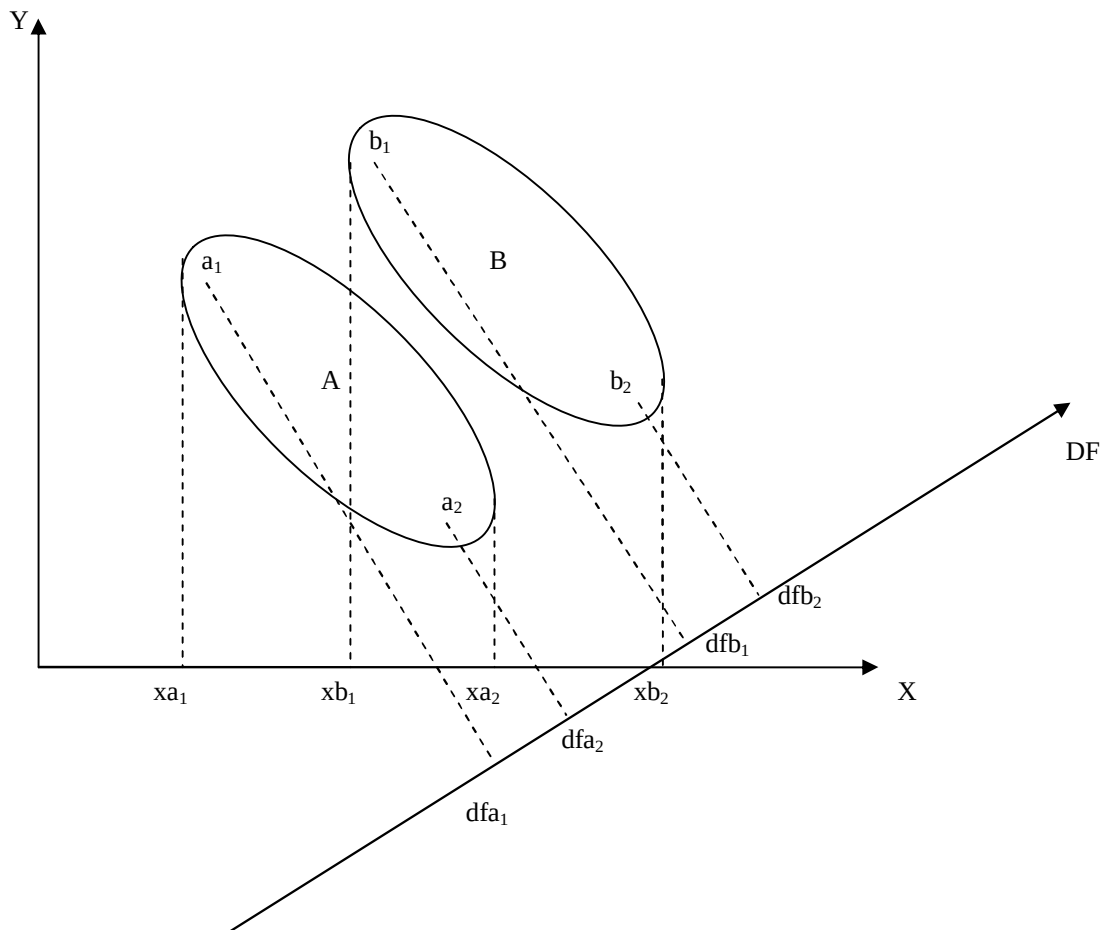


Рис. 1. Геометрическая интерпретация результатов дискриминантного анализа: А, В – центроиды разделяемых групп; x_{a1} , x_{b1} – минимальные значения признака X в группах А и В; x_{a2} , x_{b2} – максимальные значения признака в этих группах; d_{fa1} , d_{fa2} – проекции конкретных объектов группы А на ось дискриминантной функции; d_{fb1} , d_{fb2} – тоже для конкретных объектов группы В

На рис. 1 иллюстрируется возможность дискриминантного анализа при разделении двух групп. Но их может быть и больше. Это потребует определения дополнительных дискриминантных функций ортогональных к первой. В общем случае число необходимых дискриминантных функций на единицу меньше числа разделяемых групп. Однако информативная ценность этих функций разная, поскольку они учитывают разную долю исходной изменчивости комплекса признаков. Первая дискриминантная функция учитывает максимум такой изменчивости, вторая – максимум остатка и т.д. И если первые две – три функции учли значительную, например более 80%, долю исходной дисперсии, то оставшимися функциями можно пренебречь в решении последующих задач дискриминантного анализа.

Процент учета дисперсии дискриминантными функциями не единственный и не самый главный критерий их значимости. Важной характеристикой, позволяющей оценить информативность дискриминантной функции, является коэффициент канонической корреляции (R). Каноническая корреляция оценивает меру связи между двумя множествами переменных. Чем больше значение R , тем выше разделительная способность дискриминантной функции.

Основной критерий оценки эффективности дискриминации для конкретной функции – величина λ -Уилкса. Этот критерий оценивает остаточную дискриминационную способность, под которой понимается способность различать группы, если исключить информацию, полученную с помощью ранее вычисленных функций. Когда остаточная дискриминация мала, вычисление очередной дискриминантной функции не имеет смысла. Статистика λ -Уилкса подчиняется χ^2 распределению и поэтому вычисление данного критерия позволяет оценить достоверность межгрупповых различий для каждой из полученных функций.

В результате дискриминантного анализа в зависимости от числа дискриминантных функций образуется ось, плоскость или пространство,

дифференцирующее сравниваемые группы. В любом случае можно оценить степень сходства групп путем вычисления расстояния между их центроидами. В качестве меры сходства, как уже указано, выступает расстояние Махаланобиса (D^2), достоверность которого оценивается при помощи критерия Фишера.

Коэффициенты дискриминантной функции

В дискриминантном анализе различают два типа коэффициентов: нестандартизованные и стандартизованные. Посредством коэффициентов первого типа позволяют получить уравнение для каждого объекта, позволяющее вычислить собственно значение дискриминантной функции. В данное уравнение помимо, значений признаков, умноженных на значения коэффициентов также входит константа. Нормированные коэффициенты приводят к дискриминантным значениям, измеряемым в единицах стандартного квадратического отклонения, т.е. можно определить на сколько сигм конкретный объект отклоняется от главного центроида.

Стандартизованные коэффициенты позволяют судить об относительном вкладе конкретной переменной в дискриминантную функцию. То есть анализ абсолютных величин стандартизованных коэффициентов может дать ответ на вопрос: какова роль каждого признака в межгрупповых различиях. Если абсолютная величина коэффициента для данной переменной для всех значимых дискриминантных функций мала, то эту переменную можно исключить и тем самым сократить число переменных. Эта процедура называется "определение информативного списка признаков".

К числу основных результатов дискриминантного анализа относят также вычисление структурных коэффициентов. Они представляют собой коэффициенты корреляции между конкретными переменными и

дискриминантными функциями. Когда абсолютная величина такого коэффициента велика для конкретного признака, принято считать, что вся информация о дискриминантной функции заключена в этой переменной. Это позволяет интерпретировать дискриминантные функции в соответствии с биологической ролью наиболее тесно скоррелированных с ней переменных.

Классифицирующие функции

При решении задач классификации – отнесения неизвестных объектов в одну из известных групп применяются классифицирующие функции. Они представляют собой уравнения, составленные для каждой группы. Неизвестный объект относится к классу, у которого в результате решения каждого из уравнений значение классифицирующей функции оказывается наибольшим.

Качество дискриминации групп также может быть проверено с использованием классификационной матрицы. Она вычисляется по классифицирующим функциям, определенным для каждого объекта совокупности. Критерием правильной дискриминации объектов служит процент их отнесения в «свою» группу.

Программное обеспечение, необходимое для реализации дискриминантного анализа

Реализация многомерных методов сложна и требует применения специальных статистических компьютерных программ. В предлагаемом пособии дискриминантный анализ иллюстрируется на примере одной из последних версий программы STATISTICA. В ней статистические процедуры (или группы взаимосвязанных процедур) представлены в виде отдельных модулей программы. В переключателе модулей (Module

Switcher) процедуры дискриминантного анализа представлены в одноименном модуле - Discriminant Analysis.

Ввод данных может быть осуществлен как при помощи собственных средств программы STATISTICA, так и с использованием других программ (Excel, Statgraphics и др.) с последующим импортом в STATISTICA. Матрица данных должна быть следующего вида:

$$X_{11} \ X_{12} \ \dots \ X_{1p} \ Y_1$$

$$X_{21} \ X_{22} \ \dots \ X_{2p} \ Y_2$$

$$\dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots$$

$$X_{n1} \ X_{n2} \ \dots \ X_{np} \ Y_n$$

$X_{i1} \ \dots \ X_{ip}$ представляют собой значения признаков для i -го объекта, n – число объектов, p – число признаков. Переменная y указывает на принадлежность объектов к одному из классов исходной совокупности, подлежащих разделению. При выборе переменных к анализу именно она указывается в поле "Grouping variable".

Примеры использования дискриминантного анализа в селекционно-генетических исследованиях

Хорошим примером по дискриминации групп можно считать анализ результатов эксперимента по оценке продуктивности пород карпа (Прил. 1). Особенность подобных экспериментов в рыбоводстве заключается в отсутствии реальных механизмов по регулированию условий выращивания сравниваемых групп (пород, семей и т.д.). Каждая селекционируемая группа должна быть высажена в отдельный водоем (пруд). При этом пруды могут значительно отличаться друг от друга по целому ряду средовых характеристик. К их числу относят: степень развития естественной кормовой базы водоема, гидрохимический режим, количество рыбы на единицу площади и др. Зачастую складывается ситуация, когда генотипические различия групп оказываются скрытыми на фоне значительной модификационной изменчивости.

Это и было зафиксировано при анализе результатов выращивания каждой из семи пород в разных прудах, которые в статистическом смысле выступали в качестве повторностей опыта. Однофакторный дисперсионный анализ не выявил достоверных различий между породами по признакам – компонентам продуктивности. Вся их изменчивость была поглощена случайной, остаточной изменчивостью, в качестве которой выступали различия между прудами. Решение селекционной задачи выбора лучшей породы по комплексу признаков продуктивности оказывалось невозможным в силу высокой внутригрупповой (межпрудовой) изменчивости.

Данные результатов выращивания семи пород карпа были проанализированы с использованием дискриминантного анализа. Группы повторностей опыта образованы по породной принадлежности рыб. В этой ситуации внутрипородная изменчивость, обусловленная различием условий выращивания (разными прудами), должна быть минимизирована с целью выявления и оценки генотипических различий между породами.

Рассмотрим основные результаты дискриминации.

Таблица 1*

Хи-квадрат тест эффективности для выделенных осей

(Chi-Square Tests with Successive Roots Removed)

	Eigen- value	Canonicl R	Wilks' Lambda	Chi-Sqr.	df	p-level
0	,84	,68	,21	68,66	36	,001
1	,40	,53	,39	41,51	25	,020
2	,38	,52	,55	26,56	16	,047
3	,19	,40	,76	12,27	9	,199
4	,10	,30	,91	4,43	4	,350
5	,01	,09	,99	,38	1	,538

* В этой и последующих таблицах после русского приводится оригинальное название в пакете STATISTICA.

Из табл.1 видно, что для дискриминации семи пород построено шесть дискриминантных функций (0–5). Оценка остаточной дискриминации, выполненная с использованием критерия χ^2 , показала, что эффективными в плане разделения пород являются только первые три ($p < 0,05$).

Когда задача разделения пород решена – получено дифференцирующее их пространство, можно перейти к процедуре их сравнения путем оценки межпородных расстояний – расстояний Махаланобиса (табл. 2).

Таблица 2

Квадрат расстояния Махаланобиса и вероятность нуль-гипотезы
(Squared Mahalanobis Distances)
(p-levels)

Группы	G_1:1	G_2:2	G_3:3	G_4:4	G_5:5	G_6:6	G_7:7
G_1:1	0,00	6,94	3,37	5,47	2,85	4,78	3,41
G_2:2	0,00	0,00	8,84	8,15	6,03	5,31	7,38
G_3:3	0,03	0,00	0,00	5,05	4,18	2,49	3,69
G_4:4	0,28	0,12	0,27	0,00	4,65	2,32	2,49
G_5:5	0,22	0,02	0,03	0,41	0,00	2,92	3,10
G_6:6	0,36	0,33	0,68	0,91	0,69	0,00	1,35
G_7:7	0,13	0,01	0,05	0,76	0,24	0,93	0,00

В табл. 2 выше главной диагонали приведены квадраты расстояний Махаланобиса между семью породами (G_1:1 – G_7:7), ниже – вероятность нуль-гипотезы, позволяющая судить о достоверности этих расстояний. В программе STATISTICA эти результаты даются в разных таблицах, которые здесь объединены ради экономии места.

Исходя из принятого критического значения этой вероятности (уровня значимости, равного 0,05 или 0,01), следует заключить, что

статистически достоверные различия по комплексу признаков – компонент продуктивности существуют между первой, второй и третьей породами; второй, пятой и седьмой; третьей, пятой и седьмой.

Примером использования дискриминантного анализа в селекционно-генетических исследованиях рыб может быть также задача прижизненной идентификации пола у белого толстолобика в раннем возрасте, когда половой деморфизм еще четко не выражен. Актуальность такой задачи вызвана спецификой племенной работы с данным видом – маточные стада должны содержать разную долю самцов и самок. Самцов рационально иметь приблизительно на треть меньше.

Решение поставленной задачи возможно при помощи исследования морфотипа рыб – комплекса промеров тела, включающего в наш случай около 20 различных измерений (Прил. 2).

Исследование проводится в несколько этапов. Вначале из популяции берется выборка, в которой пол определяется после вскрытия по внешнему виду гонад, и выполняются измерения морфометрических признаков. Такая выборка называется обучающей в том смысле, что именно в результате детального ее исследования можно научиться разделять рыб по полу прижизненно, за счет измерения определенных морфометрических признаков.

Следующий этап заключается в выполнении дискриминантного анализа на обучающей выборке.

Для разделения двух групп необходима одна дискриминантная функция. Ее значения, как и ожидалось, успешно разделили группы самок и самцов (табл. 3). Однако использовать ее уравнение для процедуры идентификации пола представлялось затруднительным. Измерение большого числа – девятнадцати морфометрических признаков достаточно трудоемкий процесс, что не позволит провести оценку многочисленного материала.

Таблица 3

Хи-квадрат тест эффективности для выделенных осей
(Chi-Square Tests with Successive Roots Removed)

Ось	Eigen-value	Canonical R	Wilks' Lambda	Chi-Sqr.	df	p-level
0	57,08	,99	,02	197,00	19	0,00

Возможность сокращения списка признаков открывается в анализе стандартизованных коэффициентов дискриминантной функции (табл. 4).

Таблица 4

Стандартизованные коэффициенты
(Standardized Coefficients for Canonical Variables)

Признаки (Variable)	Root 1
L	,93 *
C	-,24
R	,26
O	-,51 *
PO	-1,25 *
IO	1,17 *
HH	-,10
H	-,21
AD	,53 *
AV	-,34
PV	,51 *
LP	-,32
VA	-,30
LV	-,59 *
LD	-,02
HD	,11
LA	-,02
HA	,36
AC	-,29

В табл. 4 в первом столбце перечисляются условные обозначения морфометрических признаков (L – AC), во втором – значения стандартизованных коэффициентов дискриминантной функции, соответствующие конкретному признаку. Их абсолютные значения варьируют в широких пределах: от 0,02 до 1,25. Среди коэффициентов можно отобрать несколько (в нашем случае семь), которые значительно превышают значения оставшихся. В табл. 3 эти коэффициенты отмечены знаком "*" (обозначение введено авторами). Ранее было отмечено, что признаки, чьи вклады велики по сравнению со вкладами других признаков, играют более важную роль в межгрупповых различиях. Именно они образуют комплекс информативных признаков. К их числу относятся: L – длина тела рыбы; O – диаметр глаза; PO – заглазничное расстояние; IO – ширина лба; PV – пектоventральное расстояние; LV – длина брюшных плавников.

На сокращенном (информативном) списке признаков дискриминантный анализ был выполнен повторно. Как и в первом случае единственная дискриминантная функция успешно разделила группы самок и самцов (рис. 2).

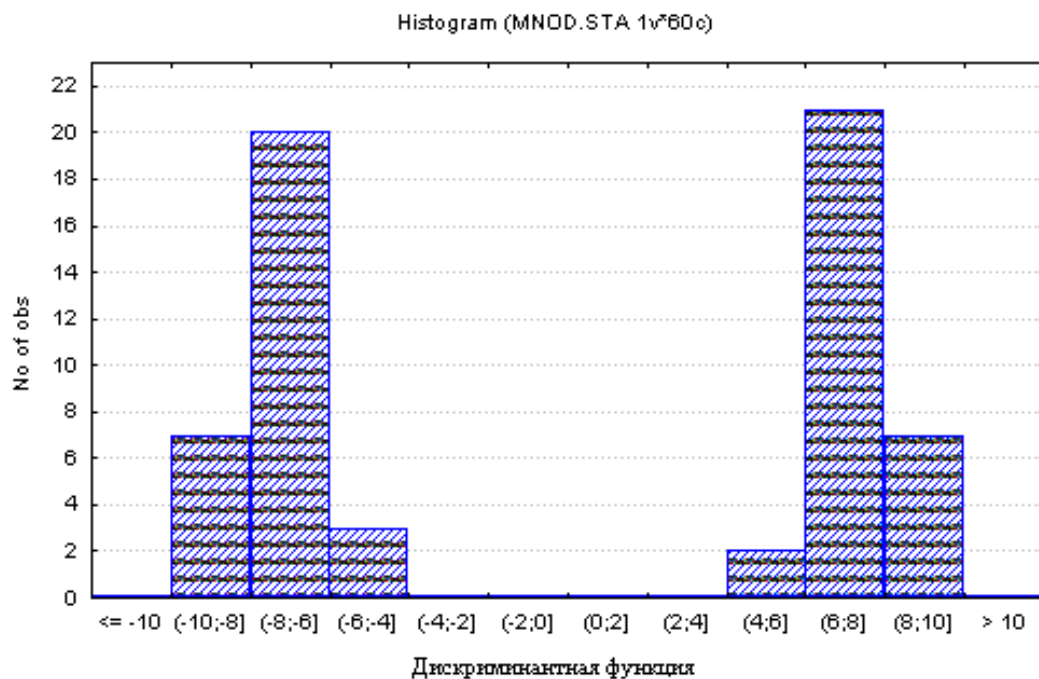


Рис. 2.

Распределение групп самок и самцов по значению первой
дискриминантной функции

Анализ средних значений искомой функции позволяет определить, что первая диаграмма с областью распределения в отрицательных значениях соответствует самкам, вторая – самцам.

Дальнейшая задача исследований должна заключаться в построении уравнения, позволяющего классифицировать неизвестных особей в группу самок или самцов. Это уравнение можно получить по значениям нестандартизованных коэффициентов дискриминантной функции, полученной на сокращенном (информативном) списке признаков (табл.5).

Таблица 5

Нестандартизованные коэффициенты дискриминантной функции

Признак	Коэффициент
L	-0,07
O	0,65
PO	0,83
IO	-0,86
AD	-0,006
PV	-0,06
LV	0,26
CONSTANTA	4,66

Подставив в данное уравнение численные значения признаков неизвестного объекта можно решить задачу классификации – отнесения его в одну из групп.

Проведем классификацию особей, имеющих следующие значения признаков, входящих в информативный комплекс:

L	O	PO	IO	AD	PV	LV
189	9	27	23	95	38	31
195	10	27	21	95	42	30
221	10	24	32	113	46	34
209	10	29	24	108	47	36
216	8	25	30	112	47	32
212	8	22	30	109	42	34
220	9	22	30,	114	45	34

Если при умножении соответствующих коэффициентов на значения признаков и прибавления константы получается отрицательное число, то неизвестная особь является самкой, в случае получения положительного значения – самцом.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

*Данные по оценке признаков – компонент продуктивности семи пород
карпа*

Обозначения признаков: PP – плотность посадки; число особей, высаженных в пруд в пересчете на единицу площади; PV – плотность выхода, та же величина, определенная в конце сезона выращивания; PR – одна из результирующих характеристик – выход рыбы с единицы площади (кг/га); DM – прирост рыбы за сезон выращивания (определяется как разница между средним посадочным весом и весом при вылове); MO – средняя масса рыб при посадке в пруд; FT – процент выживаемости; PORODA – переменная, идентифицирующая породы.

PP	PV	PR	DM	MO	FT	PORODA
1670	1620	1153	712	81	133	1
450	350	512	1463	83	124	1
3925	2340	1439	615	83	131	1
1355	830	935	1127	83	110	1
2000	1460	750	515	40	118	1
475	400	760	1073	79	133	1
1425	900	625	690	79	105	1
1525	1075	1150	1067	79	114	1
3900	1415	1350	954	79	73	1
3925	2340	1425	609	41	66	2
2000	1800	710	392	87	143	2
1000	600	570	962	38	102	2
2000	870	770	891	36	82	2
3000	1550	800	518	38	92	2
4000	2660	1040	391	38	109	2

5000	2040	757	371	38	79	2
1400	1120	570	506	45	127	3
2000	1420	770	541	104	115	3
1400	800	530	663	82	98	3
1500	1050	850	811	37	83	3
1500	930	600	644	82	101	3
1600	1500	980	555	37	153	3
1700	1340	740	550	24	125	3
1270	1060	950	899	24	132	3
1545	1470	1350	920	24	154	3
1270	1145	720	627	24	143	3
1545	1420	970	686	24	147	3
1270	1120	630	562	24	139	3
2270	1855	1180	634	24	121	3
1545	1380	1080	787	24	142	3
1000	890	600	668	24	141	3
2270	1245	1050	842	24	95	3
1500	1050	1010	960	31	88	4
1600	620	530	847	39	77	4
1500	640	520	814	31	82	4
450	430	440	1026	100	153	5
1250	530	504	951	100	81	5
3700	920	930	1014	100	60	5
1300	550	430	781	55	83	5
2000	1270	780	616	70	106	5
2160	1570	730	464	49	117	5
1400	1200	420	351	17	132	5
2000	850	710	830	40	81	6
1600	1200	650	541	17	110	6

1600	1504	720	480	70	110	6
2000	1230	750	613	150	104	7
2100	900	790	873	27	82	7
2100	860	610	714	16	60	7
1600	1200	760	635	29	82	7
2100	902	440	481	27	43	7
2000	1234	1430	1160	150	104	7
1600	1504	1010	672	51	152	7

Приложение 2

*Данные морфометрического описания самцов и самок белого
толстолобика*

L – AC – условные обозначения морфометрических признаков; POL – переменная, указывающая половую принадлежность рыб (2 – самка, 3 – самец).

	L	C	R	O	PO	IO	HH	H	AD	AV	PV	LP	VA	LV	LD	HD	LA	HA	AC	POL
1	189	50	14	9	27	23	55	17	95	83	38	41	49	31	18	41	33	25	33	2
2	198	49	14	10	27	21	60	19	98	88	43	41	52	32	19	43	33	27	34	2
3	191	49	15	10	28	24	59	18	98	88	42	40	49	30	18	39	32	25	32	2
4	195	52	16	11	28	23	60	19	101	90	43	43	51	34	19	42	34	27	33	2
5	205	52	16	11	28	24	66	20	102	90	45	43	55	35	19	45	33	27	38	2
6	195	51	16	11	28	21	60	19	99	87	42	43	51	30	19	42	32	26	36	2
7	195	48	14	10	27	21	57	18	95	86	42	42	48	30	18	42	31	25	34	2
8	202	49	17	10	27	22	60	18	100	87	43	42	53	34	18	42	33	28	38	2
9	185	47	14	10	25	20	59	18	99	83	39	40	47	30	18	40	29	24	32	2
10	197	48	14	11	27	22	61	18	99	89	43	42	52	32	19	40	32	25	34	2
11	206	52	16	11	30	23	63	19	104	94	44	43	54	33	20	43	32	25	38	2
12	204	53	16	10	29	23	63	19	106	93	44	44	49	37	20	43	34	28	36	2
13	207	53	17	11	30	24	66	21	106	92	44	42	55	35	19	42	33	28	36	2
14	205	53	16	11	29	22	64	20	103	93	44	44	53	32	20	44	35	26	37	2
15	201	50	15	10	29	23	62	20	102	89	45	42	52	32	20	39	33	25	37	2
16	197	48	14	10	28	22	62	21	101	89	44	43	54	34	19	44	31	26	36	2
17	204	51	16	11	30	22	66	19	104	91	45	44	54	32	19	43	35	25	36	2
18	205	51	16	10	28	23	63	19	103	91	46	45	53	32	20	42	34	25	40	2
19	195	48	13	9	26	20	59	18	100	88	42	40	47	31	19	41	31	25	36	2
20	205	52	16	10	28	23	63	20	104	92	45	43	55	33	21	44	33	27	38	2
21	222	55	19	12	31	26	69	23	111	99	49	48	56	37	22	47	36	29	37	2
22	209	55	17	10	30	24	64	19	109	97	47	44	58	33	21	43	33	25	37	2
23	207	52	16	10	29	23	63	19	105	92	46	41	54	33	19	42	30	25	39	2
24	199	50	16	11	27	22	64	21	102	88	45	43	53	32	20	41	31	25	35	2
25	209	53	16	10	29	24	64	21	108	95	47	45	58	36	21	45	35	27	38	2
26	201	52	16	11	29	23	61	21	103	89	43	43	51	33	20	41	33	27	35	2
27	184	47	14	10	25	21	55	18	94	83	39	39	46	30	18	40	29	24	35	2
28	207	53	16	11	29	24	64	19	105	95	45	42	58	34	20	42	30	25	37	2
29	197	50	16	10	27	21	62	20	100	89	43	42	51	32	20	41	32	28	35	2
30	193	49	18	10	27	21	62	20	96	86	42	43	51	33	20	41	31	24	33	2
31	209	53	15	9	21	30	62	20	104	96	45	40	53	34	22	45	34	29	37	3
32	212	55	16	9	21	29	62	21	110	95	45	40	54	32	20	41	30	26	37	3
33	203	52	15	8	22	29	62	19	105	95	41	39	45	32	20	47	33	29	38	3
34	202	51	14	8	23	29	60	18	100	94	46	40	53	30	19	46	32	28	38	3
35	203	52	17	8	23	29	61	19	105	96	45	41	54	33	21	47	37	27	35	3
36	221	56	15	10	24	32	63	20	113	98	46	43	57	34	23	38	36	30	40	3
37	204	51	14	8	23	29	58	19	104	94	42	40	50	32	21	47	30	28	34	3
38	198	52	15	8	22	31	58	19	102	92	40	40	51	33	20	45	30	28	33	3
39	213	53	15	8	22	30	62	18	108	100	44	40	58	34	19	43	32	28	40	3

40	203	50	12	9	20	28	57	18	106	90	41	39	56	34	20	40	30	28	35	3
41	210	52	16	9	22	29	62	18	108	98	44	40	54	34	20	44	33	29	37	3
42	200	53	15	8	25	29	60	18	107	93	44	40	49	31	20	42	30	28	32	3
43	218	55	15	9	25	32	63	19	109	101	46	39	56	35	20	46	30	29	37	3
44	216	56	15	8	25	30	63	19	112	100	47	38	54	32	22	47	30	27	36	3
45	216	54	15	10	23	30	64	19	107	96	46	39	57	33	23	42	34	32	38	3
46	211	55	14	9	22	31	62	19	108	103	47	42	54	35	20	44	33	29	35	3
47	214	55	15	9	22	31	63	19	107	100	43	40	56	32	21	44	33	29	38	3
48	200	53	14	10	22	30	57	17	107	96	43	39	49	32	19	43	30	28	33	3
49	206	52	14	9	22	28	61	17	107	93	43	41	52	33	20	39	33	29	40	3
50	201	51	14	9	22	32	63	20	116	100	45	44	53	34	23	43	37	30	41	3
51	207	55	16	9	21	31	61	19	110	97	42	41	53	32	21	43	30	28	38	3
52	219	55	14	10	23	30	63	20	112	97	45	42	57	35	22	42	35	30	42	3
53	217	54	15	10	22	30	62	18	111	98	44	41	55	34	24	43	34	30	37	3
54	218	52	15	8	24	28	60	19	107	94	44	42	48	33	21	43	33	28	36	3
55	212	52	11	8	22	30	62	17	109	91	42	42	51	34	21	45	33	29	35	3
56	217	54	14	9	22	29	64	20	108	96	44	41	53	32	24	45	35	29	37	3
57	216	55	15	9	24	31	64	21	111	101	45	40	51	32	21	47	36	28	39	3
58	218	52	12	8	23	29	65	22	112	98	45	39	55	32	22	42	35	28	37	3
59	225	56	15	7	25	31	67	22	114	101	46	45	57	33	22	41	34	29	39	3
60	220	54	14	9	22	30	63	18	114	102	45	44	57	34	21	44	38	29	35	3

Учебное издание
ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ В СЕЛЕКЦИОННО-ГЕНЕТИЧЕСКИХ
ИССЛЕДОВАНИЯХ
Практикум

Т ю р и н Владислав Викторович
М о р е в Игорь Александрович
В о л ч к о в Юрий Андреевич

Подписано в печать 24.04.03 Формат 60x84 ¹/₁₆
Уч.-изд. 1,2 п.л., бумага тип. №2. Печать офсетная.
Усл.печ.л. 1,4 п.л., тираж 500 экз. Заказ № 201

Кубанский государственный университет
350040 г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149
Тип. ИВЦ КубГУ. Центр «Универсервис».