РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РФ

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ИННОВАЦИИ

С.В. Еремина, А.А. Климов, Н.Ю. Смирнова

ОСНОВЫ ФИНАНСОВЫХ РАСЧЕТОВ

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ИННОВАЦИИ

С.В. Еремина, А.А. Климов, Н.Ю. Смирнова

ОСНОВЫ ФИНАНСОВЫХ РАСЧЕТОВ

МОСКВА
ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ «ДЕЛО»
2016

УДК 336
ББК 65.261
Е69

С е р и я
«Образовательные инновации»

Еремина, С.В., Климов, А.А., Смирнова, Н.Ю.

Е69 Основы финансовых расчетов: учеб. пособие / С.В. Еремина, А.А. Климов, Н.Ю. Смирнова. — М.: Издательский дом «Дело» РАНХиГС, 2016. — 166 с. — (Образовательные инновации).

ISBN 978-5-7749-1086-1

Книга в доступной форме рассказывает о базовых основах финансовых расчетов. Рассмотренные подходы и методы позволяют грамотно управлять своими финансами для достижения поставленных целей, просчитывая несколько альтернатив и выбирая лучшие.

Учебное пособие предназначено для студентов вузов независимо от специальности или направления обучения. Для понимания материала, изложенного в учебном пособии, как правило, достаточно твердых познаний в математике в объеме обычного школьного курса.

УДК 336
ББК 65.261

ISBN 978-5-7749-1086-1

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Финансовые расчеты — дисциплина особая, поскольку одинаково полезна как будущим директорам, владельцам банков, собственникам бизнеса, так и рядовым гражданам, которые сталкиваются с финансовыми проблемами в повседневной жизни. И неважно, идет речь о расчете окупаемости миллиардного инвестиционного проекта крупной корпорации или собственных вложений в недвижимость. В любом случае используются единые принципы, формулы и подходы, которые рассматриваются в этой книге.

Разумное использование принципов, изложенных в книге, позволит вам:

- выбрать подходящий кредит по сроку, сумме, способу его погашения, грамотно осуществлять его досрочное погашение;
- подобрать подходящие финансовые инструменты для инвестиций и рассчитать возможный результат от вложения свободных средств;
- оценить уровень риска тех или иных инвестиций и постараться его минимизировать;
- обеспечить себя постоянным потоком денежных средств, с тем чтобы регулярно получать некий минимальный уровень дохода, не зависящий от вашей трудоспособности, занятости, ситуации на работе.

Финансовые расчеты будут использоваться до тех пор, пока существуют финансы. Поэтому актуальность их изучения будет возрастать по мере развития финансовых рынков.

ГЛАВА 1

ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ

1.1 ПОНЯТИЕ ПРОЦЕНТОВ

Прежде чем говорить о простых и сложных процентах, рассмотрим саму сущность такого понятия, как процент. *Процент* — это стоимость предоставления или размещения денежных средств; эти операции могут иметь форму предоставления кредита под процент, размещения депозита в банке под процент, покупки облигаций с начислением процентов (купонов) и т. д. Иными словами, процент — это стоимость использования денежных средств, которые одна сторона предоставляет другой.

В повседневной жизни многие из нас сталкиваются с понятием процента:

- давая деньги в долг, мы можем установить некий процент, который нам должны будут вернуть вместе с суммой долга, и мы получим бо́льшую сумму, чем давали изначально. Так, мы можем дать соседу 100 руб. до заработной платы, но с условием, что он нам вернет 110 руб. Либо мы можем позаимствовать деньги банку, открыв в нем депозит под определенный процент и получив через установленное время бо́льшую сумму, чем мы изначально разместили в банке. Также мы можем купить облигации, по которым нам будут выплачиваться проценты с установленной периодичностью;
- взяв деньги в долг, мы, скорее всего, сами столкнемся с тем, что вернуть нам придется больше, чем занимали.

Зачем же устанавливается процент, увеличивающий сумму, которую должник в итоге обязан вернуть? Представьте, что у вас имеется 100 000 руб. накоплений, которые вам сейчас не сильно нужны, но через год вы хотели на них купить новую мебель. Ваш знакомый просит одолжить ему 100 000 руб. на полгода. На сегодня у вас есть несколько вариантов, как этой суммой распорядиться:

- ничего с этой суммой не делать, тогда через год у вас останется 100 000 руб.;
- одолжить знакомому 100 000 руб. на полгода, а когда он вернет сумму, оставить ее дома или использовать иным образом;
- положить деньги в банк на год до планируемой покупки мебели.

Что же выбрать? Все зависит от того, на каких условиях вы отдадите 100 000 руб. знакомому и на каких условиях банк предлагает вам вложить свободные средства (открыть годовой депозит). Согласитесь, что и заем знакомому, и депозит в банке связаны с некоторыми рисками, в частности с тем, что деньги вам могут не вернуть или вернуть с задержкой, либо неполностью. В случае неразмещения денег вы исключаете риск их потери или невозврата, и это самый безопасный вариант. Выбирая вариант банковского депозита или займа знакомому, вы получаете возможность получить дополнительный доход (процент) на свои сбережения в обмен на то, что вы на время лишаетесь средств и принимаете на себя некоторые риски, когда отдаете деньги. Соответственно возникает вопрос: какую процентную ставку можно считать подходящей для знакомого или банка, чтобы она смогла компенсировать вам принимаемый на себя риск?

На величину процентной ставки влияют:

- ставки, устанавливаемые по аналогичным операциям другими кредиторами, и прогнозы их изменения в ближайшем будущем. Например, если вы знаете, что средняя ставка по депозиту в банке составляет 10%, а банк, который находится рядом с вами, предлагает вам разместить у него вклад под 7%, вы, скорее всего, пойдете в другой банк, предлагающий более привлекательные условия;

- степень доверия между кредитором и заемщиком. Это очевидно: вы не дадите малознакомому соседу 100 000 руб. под 7% годовых, если можете отнести эти деньги в банк под те же 7%, но с гарантией того, что данная сумма покрывается системой страхования вкладов и будет вам возвращена даже при банкротстве банка;
- срок, на который предполагается выдать кредит. Если вы размещаете в банке деньги на шесть месяцев, вы будете ожидать одни условия по депозитам. Если же вы отдаете деньги на три года, вы наверняка будете предполагать более высокий процент по вкладу, так как чем дольше срок, тем выше ваши риски: за это время может произойти масса экономических, политических и иных событий, которые могут оказать влияние на ваши накопления. Так, может случиться кризис и банки будут повышать ставки по депозитам, а у вас средства будут уже размещены на долгий срок, и вы не сможете их разместить под более выгодный процент;
- цели, на которые предполагается использовать заемные средства. Чем прозрачнее и понятнее для вас цели, на которые будут использоваться ваши средства, тем меньше рисков вы на себя принимаете. В результате вас будет устраивать более низкий процент дохода. Если же вы не знаете, как знакомый собирается использовать полученные средства, вы вряд ли дадите ему взаймы под тот же процент, что и банку. Вот почему ставки по потребительским кредитам на неотложные нужды всегда намного выше ставок по целевым кредитам, например на приобретение автомобиля или квартиры;
- финансовая устойчивость заемщика и вид гарантийного обеспечения кредита. Если вы получаете некоторое имущество под залог переданных средств, то вы сможете понизить процент. По этой же причине займы, по которым предоставляется залог либо имеются поручители (лица, готовые за вас расплатиться), всегда имеют более низкую процентную ставку в силу более низкого риска кредитора;
- текущий или ожидаемый уровень инфляции. Если вы отдаете 100 000 руб. на год, а инфляция в стране составляет

20% годовых, то покупательная способность ваших средств через год снизится. Вам неразумно лишаться доступа к вашим деньгам на целый год, если вы не вернете их как минимум в прежнем объеме плюс дополнительная сумма свыше 20% потери покупательной способности за счет инфляционного обесценивания средств, а также желаемый вами дополнительный доход. Поэтому в странах с высокой инфляцией кредиты более дорогие, чем в странах с низкой инфляцией. То же самое относится и к банковским депозитам;

- валюта, в которой предполагается выдать кредит. Общий подход: чем стабильнее валюта, тем ниже ставки по займам. Именно поэтому кредиты в рублях выдаются под более высокую процентную ставку, чем в долларах или евро. То же верно и для депозитов: предоставить банку средства в евро гораздо менее рискованно для вас (с точки зрения стабильности платежеспособности валюты), чем в рублях. Поэтому ставки по депозитам в евро и долларах, как правило, ниже, чем по депозитам в рублях.

Итак, в зависимости от ряда факторов процентная ставка может иметь более высокое или низкое значение. Не менее важен метод начисления процентной ставки, поскольку итоговая сумма дохода будет зависеть от правил его расчета.

Существует два базовых метода начисления процентного дохода:

1) метод простых процентов;
2) метод сложных процентов (его также называют начислением дохода с капитализацией процентов).

Рассмотрим их подробнее.

1.2
НАЧИСЛЕНИЕ ПРОСТЫХ ПРОЦЕНТОВ

Схема начисления простых процентов такова: проценты начисляются на сумму долга с установленной периодичностью. При этом объем средств, на который начисляются проценты, остается неизменным.

Например, депозит под 12% годовых (1% в месяц) в объеме 100 тыс. руб. на три месяца с начислением процентов ежемесячно при начислении по методу простых процентов даст следующий финансовый результат:

Период	**Сумма на депозите**	**Начисленный процент**
Начало 1-го месяца	100 тыс.	
Конец 1-го месяца	100 тыс. 1 тыс.	100 тыс. · 1% = 1 тыс.
Конец 2-го месяца	100 тыс. 1 тыс. 1 тыс.	100 тыс. · 1% = 1 тыс.
Конец 3-го месяца	100 тыс. 1 тыс. 1 тыс. 1 тыс.	100 тыс. · 1% = 1 тыс.

Чтобы использовать формулы для расчета доходов по методу простых процентов, введем следующие обозначения:

P — объем средств, которые были размещены в финансовые инструменты либо предоставлены в качестве займа;
i — годовая процентная ставка;
n — количество лет, на которое средства были размещены;
I — плата за пользование средствами (процентная ставка).

Общий объем средств S, который по окончании срока можно получить, будет складываться из объема предоставленных ресурсов P и платы за пользование ресурсами I, т. е.

$$S = P + I. \tag{1.1}$$

Плата за пользование ресурсами составит

$$I = Pni. \tag{1.2}$$

Общий объем подлежащих возврату средств, называемый наращенной суммой, будет равен

$$S = P + I = P + Pni = P(1 + ni). \tag{1.3}$$

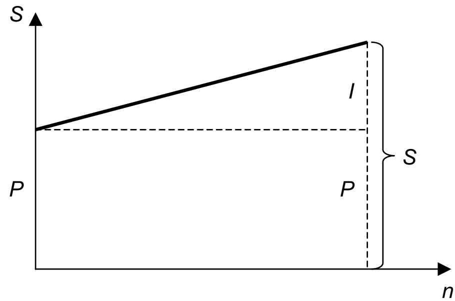


Рис. 1. Рост платы за пользование средствами с течением времени

На рис. 1 в схематической форме показано увеличение платы за пользование средствами с течением времени. Как видно, суммарная стоимость пользования средствами с начислением по методу простого процента возрастает линейно.

ПРИМЕР 1

Заемщик взял в банке кредит в объеме 10 000 руб. на два года. Годовая процентная ставка — 15%. Выплата процентов — в конце срока кредитования. Рассчитать плату за пользование кредитными ресурсами и наращенную сумму по данному кредитному контракту.

Плата за пользование кредитными ресурсами будет равна

$$I = Pni = 10\,000 \cdot 0{,}15 \cdot 2 = 3000 \text{ руб.}$$

Через два года наращенная сумма будет равна

$$S = P + I = 10\,000 + 3000 = 13\,000 \text{ руб.}$$

ПРИМЕР 2

Допустим, вы решили разместить в банк 100 000 руб. на три года под 17%, проценты начисляются по схеме простого процента по окончании каждого года и перечисляются на ваш текущий счет, т. е. они не прибавляются к сумме на депозите. Соответственно через три года банк вам должен вернуть не только 100 000 руб., но и сумму начисленных простых процентов в размере

$$I = Pni = 100\,000 \cdot 0{,}17 \cdot 3 = 51\,000 \text{ руб.}$$

Итого через год банк вам вернет наращенную сумму

$$S = P + I = 100\,000 + 51\,000 = 151\,000 \text{ руб.}$$

На практике вам также потребуется учитывать и все сопутствующие расходы, в том числе налоги на доход по банковским депозитам, чтобы по окончании срока депозита не обвинять банк в ошибочных вычислениях.

Если же средства размещаются на срок менее года либо на срок, не кратный целому числу лет, то при определении процентного дохода или наращенной суммы приходится рассчитывать дневную процентную ставку. Для этого годовую процентную ставку необходимо поделить на количество дней в году. Количество дней в году называется *временной базой* и обозначается T.

В зависимости от выбора значения временной базы используются три основных подхода к расчету дневной процентной ставки (табл. 1).

Таблица 1

Основные подходы к расчету дневной процентной ставки

Значение временной базы T	Дневная процентная ставка
365 дней/366 дней — для високосных лет	$\frac{i}{365}$ — для обычных лет $\frac{i}{366}$ — для високосных лет
365 дней — для любого года	$\frac{i}{365}$
360 дней = 12 месяцев в году по 30 дней в каждом	$\frac{i}{360}$

Используем следующие обозначения:

t_0 — дата размещения средств;

t_1 — дата возврата средств;

$\Delta t = t_1 - t_0$ — число дней, на которое размещаются средства.

Количество дней между двумя датами легко рассчитать с помощью программы *Microsoft Excel.* Для этого в одну из ячеек вводят дату размещения средств, а в другую — дату возврата средств. Чтобы рассчитать количество дней размещения средств, необходимо вычесть из содержимого второй ячейки содержимое первой и задать числовой формат отображения. Отображаемая цифра — число дней между датой вложения и датой возврата средств.

Тогда объем начисленных процентов составит

$$I = P\frac{i}{T}\Delta t. \tag{1.4}$$

Общий объем подлежащих возврату средств будет равен

$$S = P + I = P + P\frac{i}{T}\Delta t = P\left(1 + \frac{i}{T}\Delta t\right). \tag{1.5}$$

День размещения средств и день их возврата обычно учитываются как один день.

Существуют и более сложные способы расчета процентного дохода. Например, в некоторых европейских странах для расчета наращенной суммы используют следующую формулу:

$$S = Pi\left(\frac{30m}{360} + \frac{t_{\text{н}}}{360}\right), \tag{1.6}$$

где m — количество полных месяцев размещения средств;
$t_{\text{н}}$ — количество дней, приходящихся на неполные месяцы.

Формула (1.6) означает, что если какой-либо месяц целиком попадает в интервал размещения средств, то он для упрощения расчетов считается равным 30 дням и для расчета процентного дохода в этом месяце используется годовая процентная ставка, деленная на 12. Если месяц не попадает целиком в интервал размещения средств, то для него рассчитывается дневная процентная ставка и производится ежедневный учет начисления процентного дохода.

ПРИМЕР 3

Ссуда в размере 440 тыс. руб. выдана 10 января 2000 г. и в соответствии с контрактом должна быть погашена 29 февраля 2000 г. Годовая процентная (кредитная) ставка — 24%. Требуется рассчитать плату за пользование кредитными ресурсами, используя три указанных выше значения временной базы. Также необходимо произвести расчет платы за пользование кредитными ресурсами, используя формулу (1.6). Определить процент отклонения значений, полученных различными методами.

Общий объем процентных начислений будет равен

$$I = P\frac{i}{T}\Delta t\,.$$

Используя каждое из трех перечисленных в табл. 1 значений временной базы, получаем следующий результат:

вариант 1

$$I_{365/366} = 440\,\frac{0{,}24}{366}\,50 = 14{,}426 \text{ тыс. руб.;}$$

вариант 2

$$I_{365} = 440\,\frac{0{,}24}{365}\,50 = 14{,}466 \text{ тыс. руб.}$$

(+ 0,3% по отношению к варианту 1);

вариант 3

$$I_{360} = 440\,\frac{0{,}24}{360}\,50 = 14{,}667 \text{ тыс. руб.}$$

(+ 1,7% по отношению к варианту 1);

вариант 4

$$I_{\text{европейский}} = 440\,\frac{0{,}24}{12}\,1 + 440\,\frac{0{,}24}{360}\,21 = 8{,}8 + 6{,}16 =$$

$$= 14{,}96 \text{ тыс. руб. (+ 3,7\% по отношению к варианту 1).}$$

Случай из жизни. Андрей, проезжая мимо остановки автобуса, увидел яркую рекламу депозита на три месяца под 15%. У Андрея было накоплено 50 000 руб.; он подумал: если получить $50\,000 \cdot 0{,}15 = 7500$ руб. через три месяца, то этой суммы ему хватит на приобретение навигатора.

Через три месяца он получил в качестве процентов всего лишь 1875 руб. $\left(50\,000\,\frac{0{,}15}{360}\,90\right)$, что было явно недостаточно для приобретения навигатора. Конечно, Андрей не обратил внимания на надпись мелким шрифтом в нижней части рекламы о том, что 15% — это годовая ставка, а не квартальная.

Формула $\frac{i}{360}$ использована в расчетах как наиболее простая.

1.3
НАЧИСЛЕНИЕ ПРОСТЫХ ПРОЦЕНТОВ ПРИ ФИКСИРОВАННЫХ ИЗМЕНЕНИЯХ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ

Как правило, вкладывать деньги на длительный срок более рискованно, чем на короткий. Со временем могут измениться покупательная способность денег, ставки по предоставляемым ресурсам, финансовое состояние организации или вашей семьи.

Для компенсации повышенного риска при долгосрочном кредитовании или размещении средств на депозит, а также в иные финансовые инструменты можно использовать фиксированные изменения процентной ставки, когда по прошествии определенных (зафиксированных в договоре) периодов величина процентной ставки меняется. Один из примеров — ипотечный кредит, по которому процентная ставка снижается в момент, когда заемщик оформляет право собственности на построенный с использованием кредитных средств объект недвижимости.

В этом случае наращенная сумма S рассчитывается по формуле

$$S = P + P\frac{i_1}{T}\Delta t_1 + P\frac{i_2}{T}\Delta t_2 + \ldots + P\frac{i_n}{T}\Delta t_n = P\left(1 + \sum_{j=1}^{n}\frac{i_j}{T}\Delta t_j\right), \quad (1.7)$$

где i_j — ставка наращения простых процентов за период j;

Δt_j — продолжительность периода размещения средств, в течение которого действует ставка i_j.

Процесс приращения процентов можно представить в виде следующего графика (рис. 2).

ПРИМЕР 4

Кредитный договор оговаривает предоставление ссуды в объеме 500 тыс. руб. на два года и предусматривает следующий порядок начисления процентов:

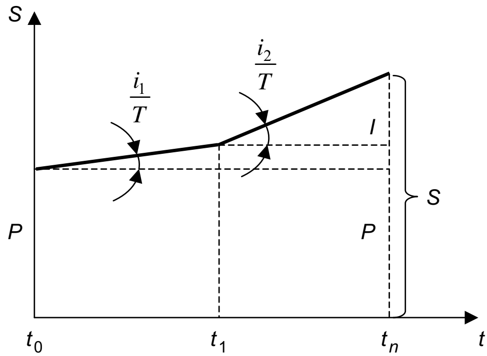


Рис. 2. Процесс приращения процентов

в течение первого полугодия — 30% годовых;
в течение второго полугодия — 40% годовых;
в течение второго года — 70% годовых.

Требуется рассчитать наращенную сумму к моменту окончания кредитного договора:

$$S = 500\left(1 + \frac{0{,}3}{365}181 + \frac{0{,}4}{365}184 + 0{,}7 \cdot 1\right) = 1025{,}2 \text{ тыс. руб.}$$

Случай из жизни. Марк приобрел апартаменты в Испании в ипотеку в размере 100 тыс. евро на 20 лет под 5% годовых, начисляемых по принципу простого процента. По условиям ипотеки Марк имеет право раз в год менять ставку по ипотечному кредиту, согласовывая ее с банком. То есть ежегодно в установленную дату Марк может оставить текущую фиксированную ставку 5% либо на год перейти на плавающую ставку *EURIBOR* плюс поправочный коэффициент банка и в течение года уплачивать взносы по ипотеке, ориентируясь на данную ставку. Если не пользоваться правом пересмотра условий по кредиту, Марк должен будет по итогам 20 лет вернуть банку: 100 000 (1 + 0,05 · 20) = 200 тыс. евро.

Однако после кризиса 2008 г. ставка *EURIBOR* сильно снизилась. Приняв решение в пользу плавающей ставки, Марк за 2009 г. уплатил проценты по ставке лишь 3%.

Если в 2010 г. и далее Марк снова перейдет на фиксированные 5%, то в результате удачной смены ставки в 2009 г. он вернет банку суммарно: 100 000 (1 + 0,05 · 19 + 0,03) = 198 тыс. евро. То есть в результате принятия правильного финансового решения в 2009 г. Марк уже сэкономил 2 тыс. евро.

В зависимости от конкретной ситуации и преследуемых целей кредитор может устанавливать различный порядок изменения ставки за пользование кредитными ресурсами. Если заемщик считается выгодным и надежным и кредитор заинтересован в продлении с ним финансовых взаимоотношений, то он может устанавливать снижающуюся с течением времени кредитную ставку (обычно это правило применяется банками в отношении постоянных клиентов, добросовестно погашающих кредиты). Расчет стоимости кредитных ресурсов и наращенной суммы в этом случае также производится по формуле (1.7).

1.4
ДИСКОНТИРОВАНИЕ

В финансовых расчетах часто приходится решать задачу, обратную вычислению наращенной суммы S: определение объема средств P, который необходимо разместить (на депозит или с использованием иных финансовых инструментов) в момент времени t_0, чтобы получить в момент времени t_1 заданную сумму S.

Предположим, что клиент хочет положить средства в объеме 100 тыс. руб. на депозит в банк на один год. Предположим, что процентная ставка по таким вкладам составляет 10%. Через год он сможет получить $S = P(1 + in) = 100\ (1 + 0{,}1 \cdot 1) = 110$ тыс. руб.

Сформулируем обратный вопрос: какой объем финансовых средств клиент должен положить в банк сегодня, чтобы через год получить 110 тыс. руб., если годовая процентная ставка равна 10%?

Для этого, используя формулу (1.5), рассчитаем величину P, которую называют *современной стоимостью* S:

$$P = \frac{S}{1 + i\dfrac{\Delta t}{T}} = Sv_{\text{м}}, \tag{1.8}$$

где $\nu_{\text{м}} = \dfrac{1}{1 + i\dfrac{\Delta t}{T}}$ — *множитель математического дисконтирования* (или *коэффициент дисконтирования*).

$$P = \frac{110}{1 + 0{,}1 \cdot 1} = 100 \text{ тыс. руб.}$$

Величина дисконта составляет

$$D = S - P = S - \frac{S}{1 + i\dfrac{\Delta t}{T}}. \tag{1.9}$$

Величина дисконта составит в рассматриваемом случае 10 тыс. руб.

> Действие по расчету современной стоимости называется *дисконтированием*. В случае, когда для дисконтирования применяется формула простого процента, говорят о математическом дисконтировании. Совершая операцию дисконтирования, мы мысленно перемещаемся от желаемого результата финансовой операции к моменту принятия финансового решения.

ПРИМЕР 5

Депозитный сертификат выдан на 200 дней (год високосный) под 60% годовых. В момент погашения держателю депозитного сертификата выплачивается сумма 10 млн руб. Найти доход держателя сертификата.

Рассчитаем современную величину по формуле математического дисконтирования (1.8):

$$P = \frac{10}{1 + 0{,}6\dfrac{200}{366}} = 7{,}53 \text{ млн руб.}$$

Держатель сертификата получит доход в виде разности между наращенной стоимостью долгового обязательства и ее современной величиной:

$$D = 10 - 7{,}53 = 2{,}47 \text{ млн руб.}$$

Случай из жизни. Илья и Кирилл собираются через год вместе ехать на отдых, стоимость которого 60 000 руб. на каждого. Илья решил откладывать и хранить деньги дома, Кирилл — вкладывать деньги на банковский депозит под 7% годовых. Для упрощения будем считать, что проценты на депозит начисляются по ставке 7% на общий объем вложенных в банк средств через год в момент закрытия счета по схеме простого процента.

Вопрос: какую сумму должны откладывать ежемесячно Илья и Кирилл, чтобы через год иметь необходимые каждому из них 60 000 руб.?

Илья: $\frac{60\,000}{12} = 5000$ руб. ежемесячно.

Кирилл: ставка дисконтирования $= \frac{1}{(1+0{,}07)} = 0{,}935$. Современная стоимость с учетом дисконтирования = 56 075 руб. Ежемесячный платеж = 4673 руб., что на 327 руб. меньше, чем у Ильи.

В данном случае решение Кирилла вкладывать средства на банковский депозит представляется более рациональным.

1.5 БАНКОВСКОЕ ДИСКОНТИРОВАНИЕ

Рассмотрим еще одну схему расчетов, связанную с дисконтированием, — банковское дисконтирование. Обычно оно применяется при использовании достаточно широко распространенного финансового инструмента, называемого векселем.

> *Вексель* — ценная бумага, относящаяся к долговым бумагам, как и облигация. Вексель выдается заемщиком (векселедателем) инвестору, т. е. кредитору (векселедержателю), и отражает обязательство векселедателя (в случае простого векселя) или третьей стороны (в случае переводного векселя) выплатить векселедержателю указанную в векселе сумму на указанных условиях в установленный срок.

Кредитор покупает вексель с дисконтом (дешевле номинала), а погашает его (возвращает эмитенту) по номинальной цене. Дата погашения фиксируется. Доход по операции с векселем равен величине дисконта.

Введем следующие обозначения:

P — стоимость векселя (текущая);
S — цена погашения (номинал);
D — объем дисконта;
d — ставка дисконтирования (в % годовых);
$\Delta t = t_1 - t_0$ — число дней, оставшихся до погашения векселя;
T — количество дней в году.

Тогда текущая стоимость векселя определяется по формуле

$$P = S - S\frac{d}{T}\Delta t = S\left(1 - \frac{d}{T}\Delta t\right), \qquad (1.10)$$

где $S\frac{d}{T}\Delta t = D$ — величина дисконта.

Расчет дисконтированного значения векселя обычно осуществляется с использованием временной базы $T = 360$ дней и числа дней, оставшихся до погашения векселя.

ПРИМЕР 6

Вексель выдан на сумму 1 млн руб. с уплатой 30 сентября 1999 г. Векселедержатель учел вексель в банке 10 мая 1999 г. по учетной ставке 70% (т. е. фактически перепродал вексель банку). Найти сумму, полученную векселедержателем, и дисконт в пользу банка.

Количество дней между датой учета векселя банком и датой погашения — 143.

Рассчитаем сумму, полученную векселедержателем за 143 дня до даты погашения:

$$P = S - S\frac{d}{T}\Delta t = S\left(1 - \frac{d}{T}\Delta t\right) = 1\left(1 - \frac{0{,}7}{360}143\right) = 0{,}72 \text{ млн руб.}$$

Дисконт в пользу банка при погашении векселя составит

$$D = 1 - 0{,}72 = 0{,}28 \text{ млн руб.}$$

Помимо векселей с дисконтом можно приобретать некоторые виды облигаций (см. гл. 6).

ГЛАВА 2

СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ

2.1

НАЧИСЛЕНИЕ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕНТОВ

Схема начисления сложных процентов в отличие от схемы начисления простых процентов включает эффект капитализации или, как это еще называют, эффект «начисления процента на процент».

В отличие от схемы простых процентов, где процент начисляется на одну и ту же величину долга или депозита (*базу*), в схеме *сложных процентов* начисленные проценты присоединяются к первоначальной сумме. При последующем начислении процентов в качестве базы используется первоначальная сумма, увеличенная на сумму начисленных ранее процентов, и именно за счет этого данная схема более выгодна для того, кто размещает средства под сложный процент. Присоединение начисленных процентов к сумме, которая послужила базой для их начисления, называют *капитализацией*.

Например, если взять депозит под 12% годовых (1% в месяц) в объеме 100 тыс. руб. на три месяца с начислением процентов ежемесячно и с капитализацией, т. е. с эффектом «процент на процент», получим:

Период	Сумма на депозите	Начисленный процент
Начало 1-го месяца	100 тыс.	
Конец 1-го месяца	100 тыс. 1000	100 тыс. · 1% = 1000

Окончание

Конец 2-го месяца	100 тыс. 1000 1010	100 тыс. 1000 · 1% = 1010
Конец 3-го месяца	100 тыс. 1000 1010 1020,1	100 тыс. 1000 1010 · 1% = 1020,1

Таким образом, по сравнению с вариантом начисления простого процента без капитализации схема сложных процентов обеспечивает бóльший процентный доход. Разница составит примерно 30 руб. за счет эффекта начисления «процента на процент».

Рассмотрим вычисление наращенной суммы долга для схемы сложного процента при условии, что период инвестирования или заимствования средств равен одному году и средства вкладываются или занимаются на целое число лет.

В конце 1-го года процентный доход будет равен $I_1 = Pi$, а наращенная сумма — $S_1 = P + I_1 = P + Pi = P(1 + i)$.

В конце 2-го года процентный доход будет равен $I_2 = S_1 i$, а наращенная сумма — $S_2 = S_1 + S_1 i = S_1(1 + i) = P(1 + i)(1 + i) = P(1 + i)^2$.

В конце n-го года наращенная сумма будет равна

$$S = S_{n-1}(1 + i) = P(1 + i)^n.$$

Величину $(1 + i)^n$ называют *множителем наращения*.

Начисленные за весь период проценты равны

$$I = S - P = P[(1+i)^n - 1]. \qquad (2.1)$$

ПРИМЕР 7

Вы размещаете 500 тыс. руб. на депозит на четыре года с начислением процентов в размере 12% годовых ежегодно, с капитализацией. Тогда по окончании четырехлетнего депозита вам будет начислена следующая сумма процентов:

$$I = 500[(1 + 0{,}12)^4 - 1] = 286{,}76 \text{ тыс. руб.}$$

Случай из жизни. Мария накопила 500 000 руб. на обучение дочери, которая планирует поступать в вуз через два года. Мария решила разместить накопленные средства на депозит, чтобы снизить воздействие инфляции, но, придя в ближайший банк, столкнулась с дилеммой: какой из двух депозитов выбрать? Первый депозит *А* открывался на два года, проценты начислялись ежегодно, с капитализацией, ставка по депозиту составляла 10%. Второй депозит *В* открывался на год с начислением процента без капитализации в конце срока по схеме простых процентов, но предполагал ставку 10,5% годовых (так как ставка по депозитам без капитализации, как правило, выше) и его можно было пролонгировать, т. е. продлевать на такой же срок, правда, без гарантии, что на новый срок условия, в том числе ставка, останутся на прежнем уровне. При пролонгации накопленные проценты оставались на депозите, а не на отдельном счете и фактически накопленные ранее проценты капитализировались.

По расчетам Марии через два года картина получилась бы следующей:

депозит $A = 500\,000 \cdot 1{,}1^2 = 605\,000$ руб.;
депозит $B = 500\,000 \cdot 1{,}105^2 = 610\,512{,}5$ руб.

В результате Мария положила 500 000 руб. на депозит *В*, чтобы через год его пролонгировать еще на год. Однако через год ставки по вкладам начали снижаться и ставка по депозиту в случае пролонгации сократилась до 9%. Это свело на нет всю выгоду, так как Мария через два года получила $500\,000 \cdot 1{,}105 \cdot 1{,}09 = 602\,225$ руб. вместо планируемых 610 512,5 руб., т. е. примерно на 8000 руб. меньше.

С другой стороны, в период конца 2008 — начала 2009 г. ввиду финансового кризиса ставки по депозитам начали расти, и если бы депозит Марии в этот период был пролонгирован, ставка на новый срок оказалась бы выше ожидаемой. Именно поэтому при выборе между депозитом с капитализацией, но на более длительный срок, и депозитом с простыми процентами, но на более короткий срок с пролонгацией, важно учитывать риск возможного изменения ставки по депозиту, который может свести на нет все ваши ожидания.

В договоре банковского вклада вполне может быть предусмотрен пункт, что при пролонгации вклада условия, в том числе и процентные ставки, могут измениться.

Возникает вопрос: зачем вообще использовать простые проценты, если сложные значительно выгоднее?

Во-первых, большинство банков предлагают более низкий процент по депозитам с капитализацией, чем по депозитам с начислением простых процентов.

Во-вторых, если человек живет на проценты от вложенных средств, то ему требуются регулярные поступления средств на отдельный счет, чтобы пользоваться ими. В этом случае человек скорее предпочтет депозит с ежемесячным начислением процентов на отдельный текущий счет, т. е. без капитализации, и схема с начислением простых процентов более приемлема, чем вариант с капитализацией.

2.2 НАЧИСЛЕНИЕ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕНТОВ ПРИ РАСЧЕТНОМ ПЕРИОДЕ, НЕ РАВНОМ ЦЕЛОМУ ЧИСЛУ ЛЕТ

Рассмотрим более сложный случай, когда срок инвестирования средств не равен целому числу лет. Примем следующие обозначения:

t_0 — дата размещения средств;

t_1 — дата возврата средств;

$\Delta t = t_1 - t_0$ – число дней размещения средств;

T – количество дней в году.

Наиболее простой способ определения наращенной суммы — использование в качестве *n* дробного числа. В этом случае формула расчета наращенной суммы примет вид

$$S = P(1+i)^{\frac{\Delta t}{T}}. \qquad (2.2)$$

ПРИМЕР 8

Средства в размере 50 тыс. руб. инвестируются на два года 120 дней под 40% годовых. Рассчитать величину наращенной суммы. Временна́я база равна 365 дням.

$$S = 50\,(1+0{,}4)^{2{,}33} = 109{,}51 \text{ тыс. руб.}$$

Для расчета точного значения наращенной суммы целесообразно для целого числа лет срока инвестирования использовать схему сложного процента, для дробной части — схему простого процента. В этом случае формула расчета наращенной суммы будет иметь вид

$$S = P(1+i)^n \left(1 + \frac{i}{T}\Delta t\right), \tag{2.3}$$

где n — число целых лет инвестирования средств;

Δt — дробная часть периода инвестирования.

ПРИМЕР 9

Используя исходные данные примера 7, рассчитаем величину долга на конец срока по формуле (2.3).

$$S = 50(1+0{,}4)^2 \left(1 + \frac{0{,}4}{365}120\right) = 110{,}89 \text{ тыс. руб.}$$

2.3

НАЧИСЛЕНИЕ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕНТОВ ПРИ КАПИТАЛИЗАЦИИ НЕСКОЛЬКО РАЗ В ГОД

На практике периодичность начисления процентов может составлять полугодие, квартал, месяц. В этом случае наращение идет быстрее в сравнении с периодом начисления и капитализации процентов, равным одному году.

Пусть m — число раз капитализации процентов в течение года.

Капитализация процентов происходит:

- при $m = 2$ — раз в полгода;
- $m = 4$ — ежеквартально;
- $m = 12$ — ежемесячно.

Первая капитализация процентов произойдет через $\frac{1}{m}$ года.

Наращенная сумма в этот момент будет равна

$$S_1 = P + I_1 = P + P\frac{i}{m} = P\left(1 + \frac{i}{m}\right).$$

Вторая капитализация процентов будет произведена еще через $\frac{1}{m}$ года. Наращенная сумма будет равна

$$S_2 = S_1 + S_1 \frac{i}{m} = S_1\left(1+\frac{i}{m}\right) = P\left(1+\frac{i}{m}\right)\left(1+\frac{i}{m}\right) = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^2.$$

В конце года наращенная сумма составит

$$S_m = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^m.$$

Итоговая наращенная сумма по прошествии n лет может быть рассчитана по следующей формуле:

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}, \tag{2.4}$$

где $\frac{i}{m}$ — процентная ставка, по которой происходит начисление процентов в каждом инвестиционном цикле;

mn — общее число периодов капитализации процентов.

Например, при $m = 4$ и годовой ставке 40% каждый цикл инвестирования средств будет приносить доход в объеме 10% от текущей базы начисления дохода.

ПРИМЕР 10

Клиент банка предполагает вложить 50 тыс. руб. на срочный депозит с начислением процентов по ставке 20% годовых и полугодовой капитализацией процентного дохода. Полученные клиентом проценты присоединяются к общей сумме средств и снова зачисляются на депозитный счет. Общий срок инвестирования средств — два года. Рассчитать накопленную в конце срока инвестирования сумму:

$$S = 50\left(1+\frac{0{,}2}{2}\right)^4 = 73{,}21 \text{ тыс. руб.}$$

Для произвольного периода капитализации $\Delta\tau$ и срока заимствования Δt формула расчета наращенной суммы примет вид

$$S = P\left(1+\frac{i}{T}\Delta\tau\right)^{\frac{T}{\Delta\tau}\Delta t}. \qquad (2.5)$$

ПРИМЕР 11

Рассчитать годовой доход банка по операциям кредитования клиентов при условии, что общий объем кредитных ресурсов — 20 млн руб., средний срок кредитования клиентов — 35 дней, средняя процентная ставка — 24% годовых:

$$I = 20\left(1+\frac{0{,}24}{365}35\right)^{\frac{365}{35}1} - 20 = 5{,}36 \text{ млн руб.}$$

2.4 НАЧИСЛЕНИЕ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕНТОВ ПРИ ФИКСИРОВАННЫХ ИЗМЕНЕНИЯХ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ

Процентная ставка на рынке кредитных ресурсов может меняться с течением времени. Предположим, что годовые процентные ставки по кредитным контрактам составляют i_1, i_2, ..., i_m, интервалы времени, на протяжении которых эти ставки действуют, — n_1, n_2, ..., n_m, период капитализации — $\Delta\tau$, тогда формула для расчета наращенной суммы примет вид

$$S = P\left(1+\frac{i_1}{T}\Delta\tau\right)^{\frac{T}{\Delta\tau}n_1}\left(1+\frac{i_2}{T}\Delta\tau\right)^{\frac{T}{\Delta\tau}n_2}\ldots\left(1+\frac{i_m}{T}\Delta\tau\right)^{\frac{T}{\Delta\tau}n_m} = \prod_{j=1}^{m} P\left(1+\frac{i_j}{T}\Delta\tau\right)^{\frac{T}{\Delta\tau}n_j}. \qquad (2.6)$$

В реальности такой случай встречается достаточно редко. Как правило, сложная ставка по кредитам и депозитам фиксирована и не меняется в течение всего срока инвестирования средств, за исключением случаев плавающей ставки, которая привязана к определенному финансовому индикатору и зависит от его изменяющегося значения (например, от ставки *LIBOR*).

2.5
НЕПРЕРЫВНОЕ НАЧИСЛЕНИЕ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕНТОВ

Непрерывное начисление процентов (при котором капитализация повторяется через бесконечно малые отрезки времени) может применяться в финансовом анализе при обосновании и выборе инвестиционного решения. Например, крупный многофилиальный банк может выдавать огромное количество мелких потребительских ссуд физическим лицам. При этом каждая конкретная ссуда составляет предельно малую часть общего объема кредитования. В силу большого количества ссудных контрактов можно считать, что возврат ссуд и капитализация процентов происходят непрерывно (т. е. m стремится к бесконечности). Тогда значение наращенной суммы будет равно

$$S = \lim_{m\to\infty} P(1+\frac{i}{m})^{mn} = P\lim_{m\to\infty}(1+\frac{i}{m})^{mn},$$

$$\lim_{m\to\infty}(1+\frac{i}{m})^{m} = e^{i},$$

где e — основание натуральных логарифмов ($e = 2{,}718281$).

Таким образом, формула наращенной суммы при непрерывной капитализации процентов примет вид

$$S = Pe^{in}. \qquad (2.7)$$

2.6
ПОНЯТИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ

Использование различных расчетных схем затрудняет их сравнительное сопоставление с точки зрения получаемого финансового результата. Для того чтобы сопоставить разные схемы, необходим некоторый индикатор, позволяющий провести их ранжирование по величине финансового эффекта. Для решения этой задачи в практику финансовых расчетов было введено понятие *эффективной ставки*, позволяющей:

- выбрать некоторую эталонную расчетную схему (например, схему сложного процента с ежегодной капитализацией);

- для каждой сравниваемой схемы расчетов подобрать такую процентную ставку в эталонной схеме (эквивалентную ставку), чтобы она обеспечивала такую же (эквивалентную) наращенную сумму;
- сравнить рассчитанные для каждой схемы эквивалентные ставки (схема с наибольшей эквивалентной ставкой дает наибольший финансовый результат).

ПРИМЕР 12

Вы можете разместить на депозит сумму в 100 тыс. руб. Необходимо определиться с выгодным вариантом вклада:

1) на условиях ежеквартального начисления процентов из расчета 10% годовых;
2) на условиях полугодового начисления процентов из расчета 10,5% годовых.

Какой вариант более предпочтителен?

Рассчитаем эквивалентные ставки, используя в качестве эталона схему сложного процента с годовой капитализацией процентов.

Эквивалентная ставка обеспечивает тот же финансовый результат, что и сравниваемая схема, т. е. в выражениях $S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}$ и $S_{\text{экв}} = P_{\text{экв}}(1+i_{\text{экв}})^n$ должны соблюдаться условия: $S = S_{\text{экв}}$; $P = P_{\text{экв}}$. Приравнивая выражения и производя простейшие преобразования, получаем формулу для расчета эквивалентных ставок:

$$i_{\text{экв}} = \left(1+\frac{i}{m}\right)^m - 1. \qquad (2.8)$$

Для первого варианта депозита имеем

$$i_{\text{экв}} = \left(1+\frac{0{,}10}{4}\right)^4 - 1 = 0{,}103813,$$

а для второго варианта получаем

$$i_{\text{экв}} = \left(1+\frac{0{,}105}{2}\right)^2 - 1 = 0{,}107756.$$

Второй вариант депозита предпочтительнее, поскольку обеспечивает бо́льший доход по депозиту.

2.7
ДИСКОНТИРОВАНИЕ ПО СЛОЖНОЙ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКЕ

Аналогично дисконтированию по простой процентной ставке можно рассчитать современную величину некоторого объема финансовых средств по схеме сложного процента.

В самом простом случае получим

$$P = \frac{S}{(1+i)^n}. \tag{2.9}$$

Если инвестирование происходит m раз в год, формула будет иметь вид

$$P = \frac{S}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}}. \tag{2.10}$$

Величину $S - P = D$ называют *дисконтом.*

В общем случае формула для расчета современной величины будет иметь вид

$$P = \frac{S}{\left(1+\frac{i}{T}\Delta\tau\right)^{\frac{T}{\Delta\tau}\Delta t}}. \tag{2.11}$$

Исходя из приведенных соотношений можно сделать следующие выводы:

- при увеличении доходности рынка степень дисконтирования увеличивается, т. е. для получения заданного финансового результата в момент времени t_1 требуется меньший объем средств в момент времени t_0;
- при сокращении интервала капитализации $\Delta\tau$ степень дисконтирования также увеличивается, что приводит к получению более привлекательного финансового результата.

ПРИМЕР 13

Клиент планирует передать банку в *доверительное управление* 320 тыс. евро. При этом ожидаемая доходность по вложенным средствам составляет 24% годовых с ежемесячной капитализацией процентного дохода. Через два года клиент планирует совершить покупку недвижимости стоимостью 400 тыс. евро. Рассчитайте, обеспечит ли сумма 320 тыс. евро, имеющаяся в распоряжении клиента, необходимый финансовый результат через два года:

$$P = \frac{S}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn}} = \frac{400}{(1 + 0{,}02)^{12 \cdot 2}} = 248{,}7 \text{ тыс. евро.}$$

Это означает, что 250 тыс. евро, переданных в доверительное управление банку сегодня, достаточно для приобретения объекта недвижимости стоимостью 400 тыс. евро через два года.

При этом необходимо понимать, что при расчете ожидаемой доходности от инвестиций на *фондовом рынке* с использованием формул сложных процентов имевшая место ранее доходность никак не гарантирует ваших будущих финансовых выгод. Именно поэтому любые расчеты доходности от инвестиций на фондовом рынке будут лишь ориентиром, предположением и никак не могут служить основанием для точных расчетов и гарантий на будущее. Если вам потребуется рассчитать, на какой примерно результат от инвестиций на фондовом рынке вы можете рассчитывать, лучше ориентироваться на результат чуть хуже среднего за прошлый период плюс обязательно учитывать все сопутствующие расходы (расходы на управление вашими средствами и иные издержки), а также налоги. Кроме того, ваши прогнозы по доходности необходимо будет перепроверять с периодичностью не реже одного раза в три — шесть месяцев.

Случай из жизни. Олег решил приобрести автомобиль за 380 тыс. руб. через год, имея 300 тыс. руб. Он рассчитал, что на основе прошлой статистики российского фондового рынка вполне может рассчитывать на годовой доход 24% с ежемесячной капитализацией, если всю сумму разместить в ПИФы акций российского рынка. Так считал Олег на начало 2008 г. По его прогнозам, на конец 2009 г., когда он хотел купить машину, он должен был получить $300\,000 \cdot 1{,}02^{12} = 380\,472{,}5$ руб. Однако в 2008 г. российский рынок обрушился на 80%, и Олег на начало 2009 г. имел чуть более 50 тыс. руб., включая падение рынка и расходы на управление в ПИФах (около 3,5% суммы инвестиций в год независимо от результатов инвестиций).

Именно поэтому необходимо крайне аккуратно использовать формулу сложных процентов для расчета результатов инвестиций на фондовом рынке.

2.8
БАНКОВСКОЕ ДИСКОНТИРОВАНИЕ

Предположим, что средства инвестируются в краткосрочные дисконтные бумаги, например *казначейские векселя*. Средства, полученные в момент погашения ценных бумаг по номинальной стоимости, повторно реинвестируются в те же ценные бумаги.

Предположим, что нам необходимо понять, какую сумму нужно вложить в казначейские векселя сегодня, чтобы через определенное число циклов инвестирования в данный финансовый инструмент получить требуемую сумму финансовых средств. В этом случае используется формула сложного банковского дисконтирования.

Для расчета современной стоимости в данном случае можно использовать формулу сложного банковского учета. Формула получается в результате последовательного дисконтирования величины S по учетной ставке d. В простейшем случае, когда цикл инвестирования составляет один год, формула имеет вид

$$P = S(1-d)^n. \tag{2.12}$$

Для случая, когда в течение года возможно m циклов инвестирования, получаем

$$P = S\left(1-\frac{d}{m}\right)^{mn}. \tag{2.13}$$

Для произвольного цикла и длительности инвестирования формула приобретает вид

$$P = S\left(1-\frac{d}{T}\Delta\tau\right)^{\frac{T}{\Delta\tau}\Delta t}. \tag{2.14}$$

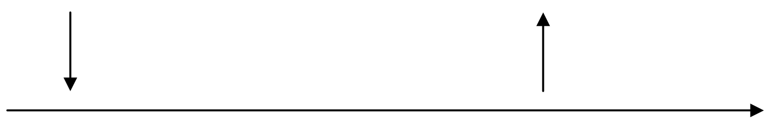
ГЛАВА 3

ФИНАНСОВЫЕ РЕНТЫ

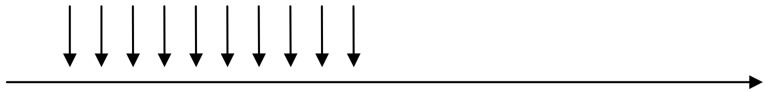
3.1
ПОНЯТИЕ ФИНАНСОВОЙ РЕНТЫ

На практике и компании, и физические лица сталкиваются с различными вариантами осуществления платежей. В одних случаях платеж производится единоразово, в других — в виде потока платежей в течение определенного периода.

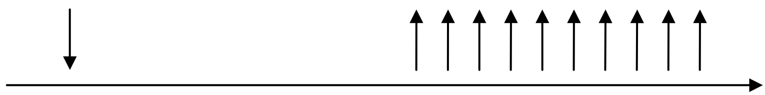
Например, инвестируя средства в ПИФ, вы можете сразу вложить в фонд некую сумму средств в расчете на то, чтобы забрать ее полностью через определенное время. В этом случае мы имеем два единоразовых платежа: инвестиция и изъятие средств из фонда. Аналогичный вариант может быть рассмотрен и с депозитом, когда вы размещаете на депозит некую сумму средств, а затем в установленный срок банк ее вам полностью возвращает. Схематично это можно изобразить так:



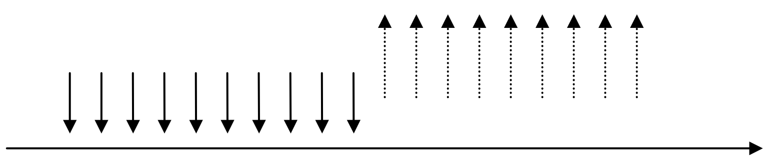
В других случаях платежи производятся в виде периодических или непериодических взносов (платежи клиентов по кредитам, регулярные платежи по оплате обучения). Кроме того, программы накопительного страхования жизни и программы добровольного пенсионного обеспечения негосударственных пенсионных фондов также в большинстве своем подразумевают серию регулярных платежей, приуроченных к определенным датам. Схематично это выглядит так:



Вы также можете инвестировать определенную сумму, а через какое-то время изъять ее, но не полностью, чтобы начать использовать ее частями, постепенно изымая ее через определенные промежутки времени (пример — разовые инвестиции в пенсионные программы страховых компаний или негосударственных пенсионных фондов с целью получения негосударственной пенсии пожизненно либо в течение определенного периода). Схематично такой вид платежей можно изобразить следующим образом:



Случается, что как поступающие, так и исходящие платежи совершаются не единовременно, а периодически. Иллюстрирует такой случай ситуация, когда квартира приобретается в ипотеку (что подразумевает регулярные платежи по погашению долга), начинает сдаваться в аренду и арендные платежи учитываются в виде регулярных входящих платежей. Еще один пример — регулярные отчисления в пенсионный фонд с тем, чтобы потом можно было получать пенсию. Схематично это выглядит так:



Платежи могут производиться как через равные (регулярно), так и через разные (нерегулярно) интервалы времени. Поступающие средства обычно считают положительными платежами, исходящие — отрицательными. Регулярные платежи (входящие и исходящие) называются *финансовой рентой*. Если рентные платежи имеют одинаковую величину, то такую ренту называют *постоянной*.

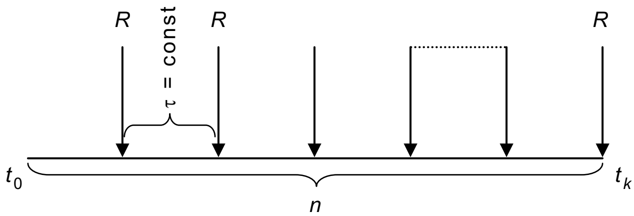


Рис. 3. Рента постнумерандо

Рента характеризуется следующими параметрами:

R — *рентный платеж* — величина отдельного платежа по ренте;

τ — *период ренты* — временнóй интервал между двумя последовательными платежами;

n — *срок ренты* — временнóй интервал между первым и последним платежами плюс дополнительный период ренты.

В зависимости *от времени поступления платежей* выделяют два типа ренты:

- постнумерандо (рис. 3), когда платежи производятся в конце периодов ренты;
- пренумерандо (рис. 4), когда платежи производятся в начале периодов ренты.

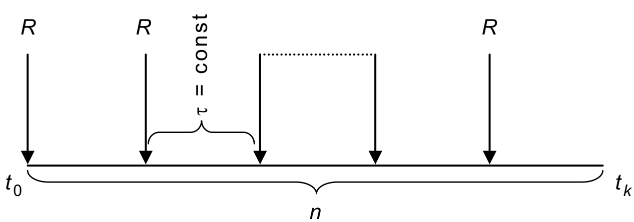


Рис. 4. Рента пренумерандо

По вероятности выплат ренты делятся на:

- верные (подлежат безусловной уплате, например погашение кредита);

- условные (выплата зависит от наступления некоторого случайного события, число рентных платежей заранее неизвестно; например, выплата пенсий).

По срокам действия:

- срочные ренты (поступления по ренте происходят в течение ограниченного промежутка времени);
- бессрочные ренты (срок ренты не оговорен конкретными датами, и поступления происходят достаточно длительное время; например, выплаты процентов по облигационным займам с неограниченными сроками).

По соотношению начала срока ренты и какого-либо момента времени:

- немедленные (выплаты по ренте производятся сразу);
- отложенные (выплаты по ренте производятся спустя некоторое время).

Далее будут введены понятия *наращенной стоимости ренты* S и *современной стоимости ренты* A, которые широко используются в финансовых расчетах при решении задач планирования погашения долгосрочных займов, расчета эффективности производственных инвестиций, расчета пенсионных планов и т. д.

3.2
НАРАЩЕННАЯ СТОИМОСТЬ РЕНТЫ

Сумма всех платежей с начисленными на них к концу срока процентами называется *наращенной стоимостью ренты* и обозначается через S.

Рассмотрим задачу из реальной жизни.

Случай из жизни. Клиент банка планирует в момент выхода на пенсию купить коттедж стоимостью S тыс. руб. Для получения требуемой суммы он открывает в банке долгосрочный депозит и в соответствии с договором обязуется на протяжении n лет ежегодно перечислять фиксированную сумму R. Банк ежегодно в конце года начисляет i% на текущую сумму вклада. Начисленные проценты присоединяются к общей сумме вклада (т. е. мы имеем дело со сложным процентом). В задаче требуется определить размер платежа R, который необходимо вносить на счет для накопления суммы S. Предположим, мы имеем дело с рентой постнумерандо (первый платеж клиент совершает через год после открытия депозита).

Для решения задачи необходимо определить величину S как сумму всех поступивших платежей и начисленных процентов. Для этого рассмотрим каждый платеж R и определим его вклад в величину наращенной стоимости ренты.

Исходя из рис. 3 на последний платеж R проценты не начисляются.

Наращенная сумма для платежа, поступающего за год до момента выплаты наращенной суммы ренты S по схеме сложного процента, составит $R(1 + i)^1$.

Наращенная сумма для платежа, поступающего за два года до момента выплаты наращенной суммы ренты S по схеме сложного процента, составит $R(1 + i)^2$ и т. д.

Для первого платежа ренты наращенная сумма составит $R(1 + i)^{n-1}$. Возведение основания в степень $(n - 1)$ означает, что платеж был внесен через год после начала ренты, т. е. за $(n - 1)$ лет до ее окончания.

Запишем полученные значения

$$R,\ R(1+i),\ R(1+i)^2,\ \ldots,\ R(1+i)^{n-1}.$$

Данная последовательность представляет собой геометрическую прогрессию (степенной ряд) с основанием $1 + i$ и первым членом R.

Наращенная сумма ренты S равна сумме членов данного ряда

$$S = R + R(1+i) + R(1+i)^2 + \ldots + R(1+i)^{n-2} + R(1+i)^{n-1} = \\ = R\sum_{l=0}^{n-1}(1+i)^l. \tag{3.1}$$

Из математики известно, что сумма элементов степенного ряда равна

$$\sum_{t=0}^{r-1} a^t = \frac{a^r - 1}{a - 1}, \tag{3.2}$$

где a — основание степенного ряда;

r — число элементов ряда.

Используя формулу (3.2), находим наращенную сумму годовой ренты постнумерандо

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}. \qquad (3.3)$$

Обозначая $a_{i,n} = \dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$, получаем упрощенный вариант формулы (3.3)

$$S = Ra_{i,n}, \qquad (3.4)$$

где $a_{i,n}$ — множитель наращения ренты.

Для решения сформулированной выше задачи выражаем R через известные величины

$$R = \frac{S}{a_{i,n}}. \qquad (3.5)$$

Случай из жизни. Дмитрий планирует через 10 лет выйти на пенсию и переехать в регион с более благоприятным климатом. Стоимость покупки жилья в этом регионе 2 млн руб. Ежегодно по итогам работы за год Дмитрию выплачивают бонус в объеме 150 000 руб. Достаточно ли этих средств, чтобы за 10 лет накопить 2 млн руб.?

Вариант 1: накопление средств дома. 10 лет · 0,15 млн руб. = = 1,5 млн руб.

Вариант 2: открытие сберегательного счета в банке под 12% годовых с начислением средств на текущий остаток, с капитализацией процентов. Используя формулу (3.3), рассчитываем сумму на счете в банке через 10 лет = 2,39 млн руб.

Таким образом, вариант 2 позволяет накопить необходимую для приобретения через 10 лет недвижимости сумму средств.

3.3

СОВРЕМЕННАЯ СТОИМОСТЬ РЕНТЫ

Изменим условия задачи из разд. 3.2.

Случай из жизни. Клиент банка хочет получить кредит на приобретение коттеджа стоимостью *A* тыс. руб. Для погашения задолженности клиент обязуется на протяжении *n* лет ежегодно перечислять на ссудный счет в банке фиксированную сумму *R*. Банк ежегодно в конце года начисляет *i*% на текущий непогашенный остаток задолженности по кредиту. Необходимо определить величину срочного платежа R, который требуется ежегодно вносить на ссудный счет для погашения основной задолженности в объеме A и начисленных процентов. Предположим, что рента постнумерандо.

Для определения величины рентного платежа будем следовать следующей логике. Банк выдает клиенту средства в объеме A на n лет. Определим суммарные потери банка с учетом недополученного процентного дохода. Не выдав клиенту средства в объеме A, банк мог бы их инвестировать как-то иначе с ожидаемой доходностью i, и тогда с учетом полученного от инвестирования этих средств процентного дохода наращенная сумма составила бы $S_1 = A(1 + i)^n$. Перечисляемые клиентом в соответствии с кредитным договором средства в размере R инвестируются банком с целью получения процентного дохода по ставке i, в результате чего банк получит доход в объеме наращенной суммы ренты $S_2 = Ra_{i,n}$. Понятно, что банк пойдет на предоставление кредита клиенту лишь в случае, если $S_2 \geq S_1$, т. е. если выдача кредита данному клиенту столь же выгодна либо даже более выгодна, чем какое-либо альтернативное размещение средств банком.

Обычно размер платежа R устанавливается исходя из условия $S_2 = S_1$, т. е. с тем условием, чтобы выдача кредита банком была бы столь же привлекательной с коммерческой точки зрения операцией, как и альтернативное размещение средств. В этом случае имеет место равенство $A(1 + i)^n = Ra_{i,n}$. Преобразуя данное выражение, можно получить формулу для расчета современной стоимости ренты:

$$A = R\frac{a_{i,n}}{(1+i)^n} = R\frac{1}{(1+i)^n}\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}. \qquad (3.6)$$

Из соотношения

$$A(1+i)^n = Ra_{i,n} = S = R + R(1+i) + R(1+i)^2 + \ldots +$$
$$+ R(1+i)^{n-2} + R(1+i)^{n-1} = R\sum_{l=0}^{n-1}(1+i)^l$$

можно вывести следующую зависимость:

$$A = \frac{R}{(1+i)^n} + \frac{R}{(1+i)^{n-1}} + \frac{R}{(1+i)^{n-2}} + \ldots + \frac{R}{(1+i)^2} + \frac{R}{(1+i)^1} = \\ = R\sum_{l=0}^{n-1}\frac{1}{(1+i)^{l+1}}. \tag{3.7}$$

Величину A называют *современной стоимостью ренты.* Из формулы (3.7) следует, что современная стоимость ренты равна сумме всех рентных платежей, дисконтированных к ее началу. Началом ренты постнумерандо считается момент времени, опережающий первый рентный платеж на один период. Можно говорить о том, что современная стоимость есть «свертка» ренты к моменту ее начала.

Случай из жизни. Знакомый Дмитрия переезжает и предлагает ему купить его дом в южном регионе за 2 млн руб. Как уже говорилось в предыдущем примере, Дмитрий планирует через 10 лет выйти на пенсию и переехать в регион с более благоприятным климатом. Ежегодно по итогам работы за год ему выплачивается бонус в размере 150 000 руб. Покупать нужно сегодня. Возможно взять кредит в банке с ежегодными платежами по его погашению (за счет средств бонусов). Процентная ставка по кредиту — 12% годовых. Но хватит ли полученных за 10 лет в качестве бонусов средств, чтобы расплатиться по кредиту?

Используя формулу (3.6), рассчитываем, что для того, чтобы расплатиться с банком по 10-летнему кредиту в 2 млн руб. со ставкой 12%, необходимо ежегодно уплачивать в конце каждого года 354 000 руб. А таких денег у Дмитрия нет, что делает невозможным покупку дома в кредит.

Приведенные примеры позволяют сделать важный практический вывод. Вещь, купленная сегодня в кредит, обойдется вам гораздо дороже совершения покупки «завтра» за счет накопленных средств.

Кредит лучше:

- если вещь вам нужна экстренно, а копить на нее придется слишком долго;
- если у вас значительная положительная разница между доходами и расходами, а вещь, которую вы хотите купить, быстро не подешевеет. В этом случае вы сможете быстро досрочно погасить кредит;

- если вещь, которую вы хотите купить, со временем дорожает. Тогда накопление средств на депозите сильно не приблизит вас к цели, так как ее стоимость будет также постоянно возрастать.

Депозит лучше:

- если ваш доход крайне нестабилен. В этом случае кредит может быть опасен: могут быть периоды, когда у вас не будет оставаться средств на выплаты по кредиту;
- если вы хотите покупать вещь, которая быстро дешевеет: подождав несколько месяцев, вы купите ее за меньшие деньги (например, мобильный телефон, компьютер).

3.4
РЕНТЫ ПОСТНУМЕРАНДО

Рента *p*-срочная с начислением процентов *m* раз в году

В предыдущих разделах мы использовали годовую постоянную ренту для объяснения использования в практике финансовых расчетов понятия наращенной и современной стоимости ренты. При решении реальных финансовых задач часто встречаются более сложные ситуации, когда рентные платежи поступают несколько раз в год или, наоборот, один раз в несколько лет. Для учета этого фактора вводится параметр p, указывающий, сколько раз в течение года поступают равные рентные платежи. Общий объем перечисленных в течение года средств обозначается через R. В этом случае величина рентного платежа будет равна $\frac{R}{p}$.

С другой стороны, процентные начисления также могут производиться чаще одного раза в год. Для учета периода начисления процентов в течение года в расчетах используется параметр m.

Начисление процентов происходит:

- при $m = 2$ — раз в полгода;
- $m = 4$ — ежеквартально;
- $m = 12$ — ежемесячно.

Выведем формулы для расчета наращенной и современной стоимости ренты, для которой $p \neq 1$ и $m \neq 1$.

Пусть рента выплачивается p раз в год равными суммами, процент начисляется m раз в течение года. Если годовая сумма платежей равна R, то каждый раз выплачивается $\frac{R}{p}$.

Наращенную стоимость рентных платежей можно представить в виде ряда

$$\frac{R}{p},\ \frac{R}{p}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m\frac{1}{p}},\ \frac{R}{p}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m\frac{2}{p}},\ \ldots,\ \frac{R}{p}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m\frac{np-1}{p}},$$

тогда основание степенного ряда $a=\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}$.

Используя зависимость (3.2), получаем формулу для расчета наращенной стоимости ренты постнумерандо:

$$S=\frac{R}{p}\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}-1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1}. \tag{3.8}$$

Используя соображения, изложенные в разд. 3.3, находим формулу для расчета современной стоимости ренты постнумерандо:

$$A=\frac{R}{p}\frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-mn}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1}. \tag{3.9}$$

Случай из жизни. Елене и Евгению по 23 года, они — молодая супружеская пара, живут вместе с родителями Евгения, но хотят накопить на первоначальный взнос по ипотеке. Их совокупный доход составляет 60 000 руб. в месяц после налогообложения, и им нужно накопить не менее 30% стоимости квартиры. Они решили, что готовы копить не более пяти лет и хотят купить как минимум небольшую двухкомнатную квартиру, которая стоит на текущий момент около 5 млн руб. Через пять лет при инфляции 10% ее стоимость составит 8 млн руб., т. е. Елене и Евгению нужно через пять лет накопить 2,4 млн руб.

Елена предлагает ежемесячно откладывать средства на депозит на год с автоматической пролонгацией, под 12% годовых, проценты начисляются в конце месяца. Таким образом, речь идет о ренте постнумерандо. В этом случае

$$2\,400\,000 = \frac{R}{12}\,\frac{(1{,}01^{60} - 1)}{(1{,}01 - 1)},$$

$$\frac{R}{12} = 29\,387 \text{ руб. в месяц},$$

что для Елены и Евгения возможно, но все же сложно.

Бессрочная рента ($n \to \infty$)

Иногда срок окончания периодических выплат не зафиксирован, т. е. неизвестно, когда денежные поступления прекратятся. Логично задать вопрос: какую сумму нужно заплатить сегодня, чтобы неограниченно долго получать периодические выплаты по вложенным средствам? Для этого необходимо рассчитать современную стоимость *бессрочной ренты:*

$$A = R \lim_{n \to \infty} \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = R\frac{1}{i} = \frac{R}{i}. \tag{3.10}$$

Случай из жизни. Ирина, 45 лет, начала думать о будущей пенсии. Ей бы хотелось пожизненно получать по 300 000 руб. в год. Из всех доступных финансовых инструментов она выбрала программу добровольного пенсионного страхования негосударственного пенсионного фонда. Ирина рассчитывает на ежегодную доходность от инвестиций на уровне 14%.

Тогда ей единоразово необходимо будет разместить в программу следующую сумму:

$$A = \frac{300\,000}{0{,}14} = 2\,142\,857 \text{ руб.}$$

Однако следует понимать, что в данном случае многое зависит от точности прогноза ожидаемой доходности. Ведь при доходности в 8% годовых Ирине нужно будет единоразово вложить уже 3,75 млн руб., что в 1,75 раз больше, чем при доходности 14%!

3.5
ПОСТОЯННАЯ РЕНТА ПРЕНУМЕРАНДО

Чтобы определить современную и наращенную стоимость ренты пренумерандо, необходимо привести ренту пренумерандо к эквивалентной ей ренте постнумерандо.

Рассмотрим первую выплату. С точки зрения финансового результата можно заменить платеж в начале периода ренты на платеж в конце периода (в соответствии со схемой приращения). Платеж в начале периода величиной $R_p^{\text{пре}} = \dfrac{R}{p}$ и платеж величиной $R_p^{\text{пост}} = \dfrac{R}{p}\left(1+\dfrac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}$ в конце периода ренты дают одинаковый взнос в величину современной и наращенной стоимости ренты. Это подтверждается тем, что при дисконтировании $R_p^{\text{пост}}$ на интервале времени $\dfrac{1}{p}$, равном периоду ренты, получается значение $\dfrac{R_p^{\text{пост}}}{\left(1+\dfrac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}} = R_p^{\text{пре}}$, т. е. ренту пренумерандо можно привести к ренте постнумерандо, умножив величину периодического платежа на *множитель наращения*

$$\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}.$$

Таким образом, для расчета современной или наращенной стоимости ренты пренумерандо необходимо сначала преобразовать ее в ренту постнумерандо, а затем рассчитать современную величину и наращенную стоимость.

В итоге:

$$A^{\text{пре}} = A^{\text{пост}} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}, \qquad (3.11)$$

$$S^{\text{пре}} = S^{\text{пост}} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}. \qquad (3.12)$$

ПРИМЕР 14

Анализируются два варианта накопления средств по схеме ренты пренумерандо.

1. Каждые полгода на депозит вносится по 1000 долл., банк начисляет 6% годовых с полугодовой капитализацией процентов.
2. Ежегодно на депозит вносится по 2000 долл., банк начисляет 8% годовых с ежегодной капитализацией процентов.

Необходимо определить, какая сумма будет на счете через пять лет. Какой вариант более предпочтителен?

Для первого варианта $p = m = 2$.

Запишем формулу для расчета наращенной суммы ренты пренумерандо:

$$S_{\text{пре}} = \frac{R}{p} \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}};$$

$$S_{\text{пре}} = 11\ 807{,}8 \text{ долл.}$$

Для второго варианта имеем годовую ренту пренумерандо:

$$S_{\text{пре}} = (1 + i)\, R \frac{(1 + i)^n - 1}{i};$$

$$S_{\text{пре}} = 11\ 732{,}2 \text{ долл.}$$

На основании расчетов можно сделать вывод, что первый вариант более предпочтителен.

ПРИМЕР 15

Что выгоднее: приобрести бытовую технику и заплатить 5000 долл. сегодня или расплачиваться по беспроцентному кредиту в течение трех лет, отдавая по 2000 долл. ежегодно? Платежи производятся в конце года. Ставка дисконтирования равна 15%.

Для решения этой задачи необходимо найти современную стоимость годовой ренты постнумерандо и сравнить ее с единовременным платежом:

$$A = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 2000\,\frac{1-(1+0{,}15)^{-3}}{0{,}15} = 4566{,}45 \text{ долл.}$$

Следовательно, выгоднее расплачиваться в течение трех лет по 2000 долл. ежегодно.

Однако следует принимать во внимание размер свободных средств и финансовые цели. Если в ближайшие три года у вас много достаточно затратных целей и планов, а ваши доходы непостоянны, то, несмотря на расчеты, для вас может оказаться более предпочтительным вариант с единовременной уплатой 5000 долл., поскольку это избавит вас от риска невозврата или просрочки в будущие годы.

3.6
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕНТЫ

При разработке контрактов или условий финансовых операций могут возникнуть случаи, когда необходимо найти недостающие параметры при заданных значениях S или A.

ПРИМЕР 16

Допустим, необходимо погасить в рассрочку текущую задолженность в размере 50 млн руб. Срок погашения — пять лет, процентная ставка равна 15%, платежи ежегодные постнумерандо. Найти величину ежегодного платежа:

$$R = \frac{A}{\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}} = \frac{50\,000\,000}{\dfrac{1-(1+0{,}15)^{-5}}{0{,}15}} = 14{,}915 \text{ млн руб.}$$

ПРИМЕР 17

Инвестор вложил 50 млн руб., с тем чтобы через два года после инвестиции в течение шести лет получать по 15 млн руб. в год (рента постнумерандо). Управляющей компании требуется определить, какой уровень доходности на вложенный капитал необходимо обеспечить для данного инвестора и реально ли это.

Для решения этой задачи необходимо найти современную величину годовой ренты постнумерандо на момент начала инвестиций (момент t_0).

На момент начала ренты (через два года после инвестиции)

$$A = 15\,\frac{1-(1+i)^{-6}}{i}.$$

На момент начала инвестиции (момент t_0)

$$A = 15\,\frac{1-(1+i)^{-6}}{i\,(1+i)^2},$$

т. е. $50 = 15\,\dfrac{1-(1+i)^{-6}}{i\,(1+i)^2}$.

С помощью инструмента *Подбор параметра* в *Excel* определим *i*.

Введем в ячейку *A*1 рабочего листа формулу

$$= 15\,\frac{1-(1+A2)^{-6}}{A2\,(1+A2)^2},$$

используя в качестве аргумента *i* ссылку на ячейку *A*2.

В меню *Сервис* выберем команду *Подбор параметра*.

В поле *Установить в ячейке* введем ссылку на ячейку, содержащую формулу.

В поле *Значение* введем значение, которое должна возвращать данная формула (в нашем случае 50).

В поле *Изменяя значение ячейки* введем ссылку на ячейку *A*2.

В результате с помощью подбора параметра в ячейке *A*2 получим искомое значение доходности инвестиций. Оно равно 11,6%, что вполне реально, и управляющая компания может согласиться на работу с данным инвестором и его условия.

ПРИМЕР 18

Сумма инвестиций за счет привлеченных средств составила 10 млн руб. Отдача от инвестиций — 1 млн руб. в конце каждого квартала. Получаемые средства вкладываются на счет в банке под 10% годовых с ежеквартальной капитализацией. Через какой срок инвестиции окупятся?

Формула для расчета современной стоимости ренты постнумерандо, где $p = m$, имеет вид

$$A = \frac{R}{p} \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-mn}}{\frac{i}{m}}.$$

Введем в любую ячейку рабочей таблицы *Excel* следующее выражение:

$$=1 \frac{1 - \left(1 + \frac{0{,}1}{4}\right)^{-4A1}}{\frac{0{,}1}{4}},$$

где *A*1 — ссылка на ячейку, в которой будет происходить подбор значения *n*.

В результате с помощью *Подбора параметра* в ячейке *A*1 получим значение $n = 2{,}91$ года. То есть для того, чтобы инвестиции полностью окупились, требуется порядка трех лет.

3.7

КОНВЕРСИЯ РЕНТЫ

На практике бывает необходимо изменить условия выплаты ренты. Например, нужно заменить ренту разовым платежом (выкуп ренты) или ренту с одними условиями на ренту с другими условиями (например, замена годовой ренты ежеквартальной).

Такая замена должна основываться на принципе финансовой эквивалентности, т. е. на условии, что современные стоимости заменяемой и заменяющей ренты должны быть одинаковы. Рассмотрим примеры выкупа и замены ренты.

ПРИМЕР 19

Предполагается, что долг по контракту должен погашаться в виде отложенной на полтора года годовой ренты постнумерандо в течение четырех лет по 2000 руб. Ставка дисконтирования равна 10%. Требуется определить величину разового платежа, который необходимо внести с целью погашения задолженности. Такую финансовую операцию называют выкупом ренты.

Для определения суммы выкупа необходимо рассчитать современную стоимость ренты:

$$A = \frac{1}{(1+0{,}1)^{1{,}5}} 2000 \frac{1-(1+0{,}1)^{-4}}{0{,}1} = 5495 \text{ руб.}$$

Таким образом, указанную в условиях примера отложенную ренту можно заменить единовременным платежом в размере 5495 руб.

ПРИМЕР 20

В соответствии с кредитным контрактом заемщик должен был погашать задолженность равными срочными ежегодными платежами в объеме 200 млн долл. на протяжении 12 лет. Заемщик обратился в клуб кредиторов с просьбой о рассрочке платежа на 25 лет и переходе на ежемесячные выплаты. Необходимо рассчитать размер срочного платежа после реструктуризации долга при условии, что процентная ставка по кредиту не меняется и равна 10%.

При реструктуризации долга обычно придерживаются следующего базового принципа: «реструктуризация долга не должна привести к финансовым потерям для кредитора и заемщика». В численной форме данный принцип можно выразить следующим образом: современная стоимость потоков платежей по обслуживанию и погашению долга до A_0 и после A_1 реструктуризации должны быть одинаковы:

$$A_0 = R_0 \frac{1-(1+i)^{-n_0}}{i} = \frac{R_1}{p} \frac{1-(1+i)^{-n_1}}{(1+i)^{\frac{1}{p}}-1} = A_1 .$$

Подставляя цифровые значения, определяем объем ежемесячной выплаты после реструктуризации долга. Он равен 143,66 млн долл.

ПРИМЕР 21

Предположим, имеется годовая рента постнумерандо, срок ренты — 10 лет, ежегодные платежи — 5 млн руб., процентная ставка — 10% годовых. Данная рента заменяется единовременным платежом через три года в размере 35 млн руб. и рентой постнумерандо с полугодовыми платежами в размере 500 тыс. руб. Требуется определить продолжительность заменяющей ренты.

Современная стоимость немедленной ренты A_1 равна

$$A_1 = 5\frac{1-(1{,}1)^{-10}}{0{,}1} = 30{,}72 \text{ млн руб.}$$

Современная стоимость единовременного платежа A_2 равна

$$A_2 = \frac{35}{(1+0{,}1)^3} = 26{,}29 \text{ млн руб.}$$

Современная стоимость отсроченной ренты A_3 с ежеквартальными выплатами равна

$$A_3 = 0{,}5\frac{1-(1+0{,}1)^{-n}}{(1+0{,}1)^{\frac{1}{2}}-1} \frac{1}{(1+0{,}1)^3} = 7{,}69\left[1-(1{,}1)^{-n}\right].$$

По определению $A_1 = A_2 + A_3$, т. е.

$$30{,}72 = 26{,}29 + 7{,}69\,(1-1{,}1^{-n}) .$$

Следовательно, современная стоимость отсроченной ренты A_3 с ежеквартальными выплатами равна

$$7{,}69(1-1{,}1^{-n}) = 4{,}42 \text{ млн руб.}$$

Отсюда с помощью операции *Подбор параметра* в *Excel* нетрудно найти продолжительность заменяющей ренты *n*:

$n = 9$ полугодий, или 4,5 года.

3.8
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФИНАНСОВЫХ ФУНКЦИЙ *MS EXCEL* ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ПО ВКЛАДАМ ИЛИ РЕНТЕ ($p = m$)

В табличном процессоре *MS Excel* имеются встроенные финансовые функции, позволяющие производить вычисления при заданных параметрах рент (табл. 2)[1].

Таблица 2

Аргументы финансовых функций *MS Excel*

Аргумент	Описание аргумента
ПС*	Начальное значение вклада или займа (приведенная стоимость)
БС	Будущее значение вклада или займа (будущая стоимость)
ПЛТ	Величина периодической выплаты по вложению или ссуде
Кпер	Общее количество платежей (периодов выплат)
СТАВКА	Процентная ставка за период, ставка дисконтирования
Тип	Режим выплат: 0 — в конце периода; 1 — в начале периода; по умолчанию равно 0
Предпо-ложение	Предполагаемое значение процентной ставки, по умолчанию равно 0,1
* Здесь и далее используются названия функций для MS Excel 2003.	

Расчет наращенной стоимости для вклада или ренты ($p = m$)

Функция БС рассчитывает наращенную стоимость для ренты и будущее значение вклада на основе сложной процентной ставки. Причем функция БС и нижеописанные финансовые функции

[1] Если функция недоступна в списке при работе с *Мастером функций*, следует в меню *Сервис* выбрать команду *Надстройки* и выделить надстройку *Пакет анализа*.

рассчитывают параметры для ренты, у которой число выплат равно числу начислений процентов в году ($p = m$).

$$\text{БС}\,(\textit{ставка; кпер; плт; пс; тип}).$$

Функция БС использует следующую формулу:

$$\text{БС} = \text{ПС}(1 + \textit{ставка})^{\textit{кпер}} + \textit{плт}(1 + \textit{ставка} \cdot \textit{тип})\ \frac{(1 + \textit{ставка})^{\textit{кпер}} - 1}{\textit{ставка}}.$$

Если проценты начисляются несколько раз в год, то необходимо рассчитать общее количество периодов начисления процентов и ставку процента за период.

Например, если вы производите ежемесячные выплаты по трехгодичному займу из расчета 15% годовых, то используйте $\frac{15\%}{12}$ для задания аргумента *«ставка»* и $3 \cdot 12$ для задания аргумента *«кпер»*. Если вы осуществляете ежегодные платежи по тому же займу, то используйте 10% для задания аргумента *«ставка»* и 3 для задания аргумента *«кпер»*.

Все аргументы, означающие средства, которые вы выплачиваете (например, депозитные вклады), вводятся как отрицательные числа. Все аргументы, означающие средства, которые вы получаете (например, дивиденды), вводятся как положительные числа.

ПРИМЕР 22

Какая сумма будет на счете через два года, если вложено 5 тыс. руб. под 20% годовых и проценты начисляются каждые полгода?

$$\text{БС}\left(\frac{20\%}{2}; 2 \cdot 2; -5000\right) = 7320 \text{ руб.}$$

или

$$S = 5000\left(1 + \frac{0{,}2}{2}\right)^{2 \cdot 2} = 7320 \text{ руб.}$$

ПРИМЕР 23

В начале каждого года в течение шести лет в накопительный фонд отчисляется по 10 тыс. долл. Требуется определить размер накопленной суммы, если процентная ставка составляет 11% годовых:

БС(11%; 6; –10; 1) = 87,83 тыс. долл.

Последний аргумент *«тип»* равен 1, так как в условиях задачи указана рента пренумерандо.

Расчет наращенной стоимости на основе фиксированно изменяющейся процентной ставки

Если в контракте задана плавающая процентная ставка (ставка, меняющаяся со временем), расчет наращенной стоимости производится с помощью функции БЗРАСПИС:

БЗРАСПИС (*первичное*; *план*),

где *первичное* — текущий размер вклада;
план — массив процентных ставок (может включать до 29 аргументов).

Обычно значения ставок вводятся в ячейки таблицы, а затем на данный массив делается ссылка.

ПРИМЕР 24

Пусть вложено 1000 долл., причем предусмотрен следующий порядок начисления процентов:

1-й год — 10% годовых;
2-й и 3-й годы — 13% годовых;
4-й год — 15% годовых.

Требуется рассчитать накопленную к концу 4-го года сумму.

Введем процентные ставки в ячейки $A1 : A4$. В ячейку $A5$ введем функцию БЗРАСПИС:

БЗРАСПИС (1000; $A1 : A4$) = 1615,28 долл.

ПРИМЕР 25

План начисления процентов:

1-й год — 10%;
2-й и 3-й годы — 12%;
4-й и 5-й годы — 15,5%.

Исходя из приведенного плана начисления процентов требуется рассчитать, какую сумму нужно вложить сегодня, чтобы через пять лет накопить 10 тыс. долл.

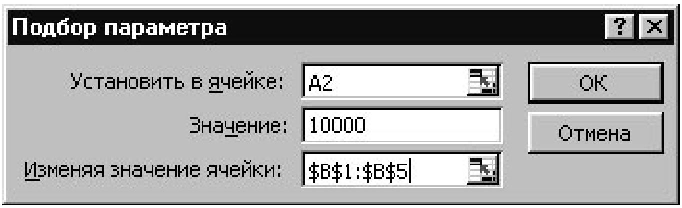
Данная задача решается подбором параметра.

Сначала введем массив процентных ставок в ячейки *B*1 : *B*5. Затем в произвольную ячейку, например *A*2, введем функцию:

БЗРАСПИС (*A*1; *B*1 : *B*5),

где *A*1 — ячейка, в которой будет подбираться значение начального вложения.

С помощью команды *Подбор параметра* заполняем диалоговое окно следующим образом:



В результате в ячейке *A*1 получим значение начального вложения — 5430 долл.

Расчет современной стоимости вклада или ренты ($p = m$)

Функция ПС используется для расчета текущей (современной) стоимости единой суммы вклада или современной стоимости ренты ($p = m$):

ПС (*ставка; кпер; плт; бс; тип*).

ПРИМЕР 26

Требуется определить сумму, которую необходимо положить на депозит, чтобы через пять лет получить 25 тыс. долл. Банковская процентная ставка — 14% годовых:

ПС (14%; 5; 25) = –12,98 тыс. долл.

или

$$P = \frac{25}{(1+0{,}14)^5} = 12{,}98 \text{ тыс. долл.}$$

ПРИМЕР 27

Требуется оценить выгодность вложения 10 тыс. долл. сегодня, если отдача составит 4 тыс. долл. ежегодно в течение трех лет. Ставка дисконтирования — 15% годовых:

ПС (15%; 3; –4) = 9,13 тыс. долл.

Следовательно, вложение невыгодно.

Расчет процентной ставки для вклада или ренты ($p = m$)

Функция СТАВКА рассчитывает процентную ставку за период методом последовательного приближения. Если требуется найти годовую процентную ставку, необходимо полученное значение умножить на число расчетных периодов, составляющих год:

СТАВКА (*кпер; плт; пс; бс; тип; предположение*).

Если после 20 итераций погрешность превышает 0,0000001, то функция возвращает значение ошибки #ЧИСЛО. В этом случае можно попытаться изменить значение аргумента *«предположение»*.

ПРИМЕР 28

Требуется рассчитать процентную ставку для трехлетнего займа размером 100 тыс. руб. с ежеквартальным погашением по 15 тыс. руб.

Ежеквартальная ставка составит

СТАВКА ($3 \cdot 4$; –15; 100) = 10,4%.

Тогда годовая процентная ставка равна $10{,}4\% \cdot 4 = 41{,}6\%$.

ПРИМЕР 29

Путем полугодовых взносов постнумерандо по 100 тыс. руб. в течение четырех лет предполагается создать накопительный фонд в размере 1 млн руб. Какой должна быть годовая процентная ставка?

Полугодовая процентная ставка составит

СТАВКА ($2 \cdot 4$; –10; 100; 0) = 6,3%.

Годовая процентная ставка равна $6{,}3 \cdot 2 = 12{,}6\%$.

Расчет срока платежа для вклада или ренты ($p = m$)

Функция КПЕР рассчитывает число периодов выплат, через которое начальная сумма достигнет заданного значения вклада:

КПЕР (*ставка; плт; пс; бс; тип*).

Если платежи производятся несколько раз в год, то для определения числа лет выплат необходимо разделить полученное значение на число расчетных периодов в году.

ПРИМЕР 30

Требуется рассчитать, через сколько лет инвестиционный проект окупится (единовременный вклад по проекту — 100 тыс. долл.), если последующие ежегодные доходы от проекта составят 30 тыс. долл. Ставка дисконтирования равна 15% годовых:

КПЕР (15%; 30; –100) = 4,95 года,
или приблизительно пять лет.

По условию задачи мы имеем годовую ренту постнумерандо. Современная стоимость ренты $A = 100$ тыс. долл.

На основании формулы (3.9) имеем

$$100 = 30\frac{1-(1+0{,}15)^{-n}}{0{,}15}.$$

Используя *Подбор параметра* в *Excel*, находим $n = 4{,}95$ года.

ПРИМЕР 31

В накопительный фонд поступают средства в виде постоянной годовой ренты постнумерандо. Величина годового платежа составляет 10 тыс. долл. Ставка — 18% годовых. Требуется определить, через какой срок величина фонда составит 200 тыс. долл.:

КПЕР (18%; –10; 200) = 9,22 года.

По условию задачи мы имеем годовую ренту постнумерандо. Наращенная стоимость ренты S должна составить 200 тыс. долл.

На основании формулы (3.9) имеем

$$200 = 10\frac{(1+0{,}18)^{n}-1}{0{,}18}.$$

Используя *Подбор параметра* в *Excel*, находим $n = 9{,}22$ года.

Расчет эффективной и номинальной процентной ставки

Функция ЭФФЕКТ рассчитывает фактическую (эффективную) годовую процентную ставку, если задана номинальная процентная ставка и количество периодов, составляющих год:

ЭФФЕКТ (*номинальная_ставка; кол_пер*).

ПРИМЕР 32

Номинальная ставка составляет 25,46% годовых при ежеквартальном начислении процентов. Требуется рассчитать эффективную процентную ставку:

ЭФФЕКТ (25,46%; 4) = 28%.

Функция НОМИНАЛ рассчитывает номинальную годовую процентную ставку, если известна эффективная ставка и число периодов, составляющих год:

НОМИНАЛ (*эффект_ставка; кол_пер*).

ПРИМЕР 33

Эффективная ставка составляет 28% годовых. Требуется рассчитать номинальную ставку, если начисление процентов производится ежеквартально:

НОМИНАЛ (28%; 4) = 25,46%.

ГЛАВА 4

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ

4.1 ИНВЕСТИЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС

Под *инвестициями* мы будем понимать любые финансовые вложения, цель которых — получение инвестором доходов по истечении некоторого периода времени. Основной вопрос, возникающий в процессе таких вложений: целесообразно ли их осуществлять или имеет смысл вложить средства в другие, более прибыльные проекты? Другой вопрос: как соотносятся доходность и величина риска при вложении средств в инвестиционный проект?

Непосредственным объектом рассмотрения выступают денежные потоки, состоящие из инвестиционных расходов и будущих доходов от инвестиций.

Поскольку потоки платежей относятся к различным моментам времени и их необходимо сопоставить, то в основе методов оценки инвестиционных проектов лежит приведение инвестиционных расходов и доходов к одному моменту времени. Обычно в качестве такого момента времени используют дату первого платежа, связанного с инвестицией. Используя операцию дисконтирования, мы учитываем влияние времени на «значимость» платежа.

На рис. 5 представлен пример оценки финансовой привлекательности инвестиций с использованием метода дисконтирования платежей. После суммирования дисконтированных значений платежей выясняется, что инвестор имеет отрицательный финансовый результат, выраженный в отрицательном значении чистого приведенного дохода (NPV). Это означает, что если

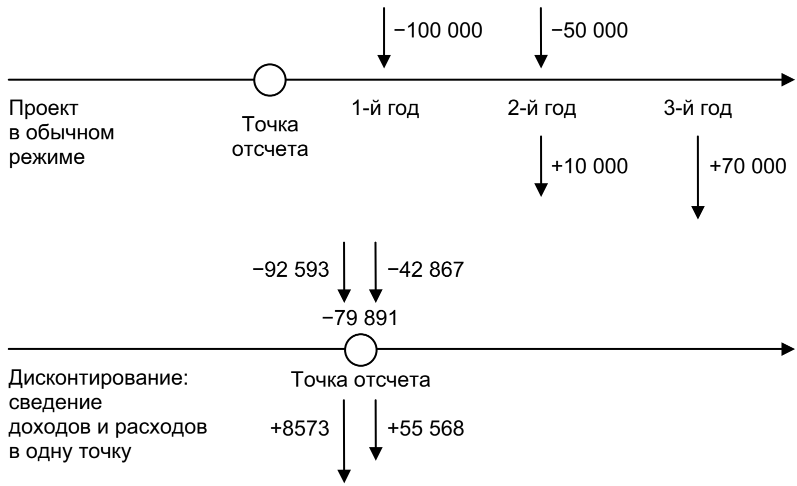


Рис. 5. Оценка финансовых инвестиций с использованием метода дисконтирования финансовых платежей

финансовое вложение не имеет для инвестора какой-то либо иной ценности, кроме финансовой, то от такой инвестиции разумно отказаться.

Инвестируемые средства, как правило, изымаются из сложившегося финансового оборота, который в дальнейшем называется *«базовый вариант вложения средств»*. Как правило, в качестве базового используется некоторый практически безрисковый вариант размещения средств: надежный банковский депозит либо вложения в государственные ценные бумаги.

Базовый вариант приносит процентный доход d и характеризуется временем оборачиваемости средств $\Delta\tau$. Изъятие средств из базового варианта вложений с целью их инвестирования в проект приводит к неполучению процентного дохода в сложившемся финансовом обороте. Для учета этих потерь при расчете финансовой эффективности инвестиций приходится все платежи дисконтировать по ставке d и с учетом времени оборачиваемости средств $\Delta\tau$. Именно поэтому в качестве ставки d часто используют ставку по депозитам в самых надежных банках либо процентный доход по государственным облигациям или уровень инфляции.

Чем выше процентный доход и «скорость оборота» средств в базовом варианте вложений средств, тем меньший вклад в суммарную доходность инвестиции дают удаленные по времени платежи. В случае высокой доходности базового варианта вложения средств привлекательность всех иных вариантов инвестирования снижается. Именно поэтому с ростом инфляционных ожиданий оценка привлекательности всех инвестиционных вложений снижается.

Для оценки финансовой эффективности используются показатели:

- чистый приведенный доход (*Net Present Value, NPV*);
- внутренняя норма доходности (*Internal Rate of Return, IRR*);
- срок окупаемости инвестиций (*Payback Period, PP*);
- индекс прибыльности инвестиций (*Profitability Index, PI*).

Можно решить, что эти показатели используются лишь при работе с корпоративными инвестициями, но это не так. Они применимы и в обычной жизни, когда вы решаете, стоит ли приобретать недвижимость с целью сдачи ее в аренду, покупать ли программу накопительного страхования жизни или лучше воспользоваться депозитом, разумно ли покупать программу добровольного пенсионного обеспечения с выплатой постоянной пенсии в течение установленного времени или нет. Эти показатели универсальны, поэтому далее помимо примеров из корпоративной практики будут также рассматриваться примеры из сферы личных финансов, с которыми мы сталкиваемся каждый день.

4.2
РАСЧЕТ ЧИСТОГО ПРИВЕДЕННОГО ДОХОДА

Один из основных показателей оценки эффективности инвестиционного процесса — показатель *NPV* (*чистый приведенный доход*).

> *Чистый приведенный доход* (*NPV*) — это разность дисконтируемых на один момент времени показателей инвестиционных доходов и расходов. *NPV* равен современной стоимости потока платежей, характеризующего инвестиционный процесс.

Пусть

K_l — инвестиционные расходы ($l = 1, 2, ..., n_1$);

E_j — инвестиционные доходы ($j = 1, 2, ..., n_2$);

n_1 — количество расходных платежей;

n_2 — количество доходных платежей;

d — учетная ставка (для упрощения мы будем предполагать, что цикл инвестирования в базовом варианте вложения средств равен одному году).

Тогда формула расчета чистого приведенного дохода получит вид

$$NPV = \sum_{j=1}^{n_2} \frac{E_j}{(1+d)^{t_j}} - \sum_{l=1}^{n_1} \frac{K_l}{(1+d)^{t_l}}. \tag{4.1}$$

В формуле (4.1) t_l и t_j обозначают интервал времени между моментом оценки параметров эффективности инвестирования средств и соответствующим доходным или расходным платежом.

Инвестору разумно отдавать предпочтение проектам, для которых NPV имеет положительное значение. Отрицательное значение NPV свидетельствует о том, что предлагаемый вариант инвестирования средств менее доходен, чем базовый вариант вложения средств.

Если поток доходов — постоянная рента, то расчет NPV упрощается. Допустим, доходы по инвестициям поступают в виде постоянной годовой ренты постнумерандо. В этом случае

$$NPV = \frac{1}{(1+d)^{t_1}} R \frac{1-(1+d)^{-n}}{d} - \sum_{l=1}^{n_1} \frac{K_\partial}{(1+d)^{t_\partial}}, \tag{4.2}$$

где t_1 — интервал времени между началом инвестирования средств и началом ренты, описывающей инвестиционный доход.

В простейшем варианте для расчета NPV используется постоянная ставка дисконтирования. В реальных расчетах могут использоваться изменяемые по периодам времени ставки дисконтирования.

При сравнении *NPV* нескольких вариантов инвестирования средств потоки платежей по всем вариантам необходимо приводить к одному моменту времени. Ранжирование вариантов инвестирования средств по величине *NPV* не зависит от выбора момента времени, к которому приводятся платежи. *Приоритет по величине NPV* не изменяется при изменении момента времени, к которому производится дисконтирование.

ПРИМЕР 34

Проект требует единовременных инвестиций в размере 150 тыс. руб. и предполагает получение ежегодно по 50 тыс. руб. в течение пяти лет. Причем отдача начинается с конца 2-го года от момента вложения 150 тыс. руб. Требуется оценить целесообразность данной инвестиции, если текущая ставка дисконтирования равна 15%.

Для расчета *NPV* приведем доходы от инвестиции к моменту вложения средств (момент t_0).

Так как доходы поступают в виде годовой ренты постнумерандо, необходимо найти современную стоимость данной ренты:

$$NPV = \frac{1}{(1+0{,}15)}\,50\,\frac{1-(1+0{,}15)^{-5}}{0{,}15} - 150 =$$

$$= 145{,}75 - 150 = -4{,}25 \text{ тыс. руб.}$$

Отрицательный *NPV* свидетельствует о том, что вложение указанных в условии задачи средств в финансовый рынок по ставке 15% принесло бы доход на 4,25 тыс. руб. больше по сравнению с предлагаемым инвестиционным планом.

Случай из жизни. Алена хочет купить квартиру в ипотеку, взяв кредит на 10 лет, сдавать ее в течение 10 лет, а через 11 лет продать. Предположим, что цены на недвижимость и аренда растут на уровне 10% в год, ставка дисконтирования находится на уровне доходности депозита в надежном банке — 8%. Предположим для упрощения, что цены на недвижимость возрастают лишь раз в году, как и аренда.

Алена предполагает купить квартиру за 4 млн руб., взяв ипотеку на 2 млн руб. под 12% годовых. Ежемесячный платеж по расчетам банка составит 28 694,19 руб. (для упрощения округлим до 28 700 руб., или 344 400 руб. в год).

Алена проконсультировалась с риэлтором, который сказал, что подобную квартиру можно будет легко сдавать лишь за 20 000 руб.

в месяц (за вычетом налогов), или 240 000 руб. в год. Для упрощения не будем принимать во внимание расходы по ипотечному страхованию и прочие сопутствующие расходы — оплата услуг риэлтора, оплата нотариуса и т. д.

Тогда

$$NPV = -2\,000\,000 + \frac{240\,000 \cdot 1{,}1 - 344\,000}{1{,}08} + \frac{240\,000 \cdot 1{,}1^2 - 344\,000}{1{,}08^2} + \ldots + \frac{240\,000 \cdot 1{,}1^{10} - 344\,000}{1{,}08^{10}} + \frac{4\,000\,000 \cdot 1{,}1^{11}}{1{,}08^{11}} = 3\,242\,200 \text{ руб.}$$

Следовательно, несмотря на то, что в первое время квартиру удастся сдавать за меньшие деньги, чем платеж по ипотеке, все равно данный инвестиционный проект оказывается выгодным.

Однако если через 10 лет квартира не будет продана, а, скажем, будет передана ребенку или подарена родственникам, то *NPV* будет совсем другим:

$$NPV = -2\,000\,000 + \frac{240\,000 \cdot 1{,}1 - 344\,000}{1{,}08} + \frac{240\,000 \cdot 1{,}1^2 - 344\,000}{1{,}08^2} + \ldots + \frac{240\,000 \cdot 1{,}1^{10} - 344\,000}{1{,}08^{10}} = -1\,652\,411 \text{ руб.}$$

Иными словами, такой проект невыгоден с инвестиционной точки зрения.

Стоит отметить, что проект все равно может быть принят, если квартира покупается ребенку, т. е. цель покупки — не инвестиции и возможность получить доход на вложенный капитал, а минимизация расходов на покупку квартиры ребенку за счет ее сдачи в аренду.

Следует обратить внимание читателя на ряд неочевидных моментов при оценке *NPV*, а также других показателей эффективности инвестиций.

Дело в том, что оценка ставки дисконтирования, от которой во многом зависят результаты расчетов, весьма субъективна: у каждого инвестора собственные представления о базовом варианте вложения денежных средств. Поэтому и ставка дисконтирования для двух разных инвесторов может отличаться. Напомним, что в качестве ставки дисконта можно использовать уровень инфляции, уровень доходности по безрисковым инвестициям (например, по депозитам в наиболее надежных банках или государственным облигациям). Даже по перечисленным базовым вариантам ставка дисконтирования будет различаться на 1—2%, что при возведении в степень снижает точность прогнозов, особенно если речь идет о долгосрочных инвестиционных инициативах.

Кроме того, далеко не всегда можно с достаточной точностью предугадать будущие потоки инвестиционных платежей, что тоже не прибавляет уверенности в корректности рассчитываемых значений *NPV*, *IRR* и других показателей финансовой привлекательности инвестиций.

4.3 РАСЧЕТ ВНУТРЕННЕЙ НОРМЫ ДОХОДНОСТИ

Внутренняя норма доходности (*Internal Rate of Return, IRR*) — расчетная ставка дисконтирования, при которой $NPV = 0$. Внутренняя норма доходности показывает, какой должна быть доходность базового варианта вложения средств, чтобы эффективность вложения средств в предлагаемый инвестиционный проект и в базовый вариант была одинаковой. Подбор ставки дисконтирования, обеспечивающей эквивалентность финансового эффекта двух схем, является техническим решением, позволяющим оценить доходность инвестиционного проекта.

Так как *IRR* — это ставка, при которой $NPV = 0$, то на основании формулы (4.1) получим

$$\sum_{j=1}^{n_2} \frac{E_j}{(1+IRR)^{t_j}} - \sum_{i=1}^{n_1} \frac{K_i}{(1+IRR)^{t_i}} = 0\,. \tag{4.3}$$

Инвестор получит финансовый выигрыш в сравнении с базовым вариантом вложения средств в случае, если *IRR* не ниже учетной ставки.

Таким образом:

- при $IRR = d$ — не имеет смысла изымать средства из оборота в базовой схеме размещения средств, так как потери от недополучения процентного дохода будут равны полученным вследствие инвестирования доходам;

- $IRR < d$ — инвестиционный доход не покроет убытки от недополучения процентного дохода вследствие изъятия средств из базовой схемы;
- $IRR > d$ — доход превысит потери.

Показатель *IRR* может трактоваться как нижний гарантированный уровень целесообразности вложения средств в инвестиционный проект.

К достоинствам этого критерия можно отнести независимость от абсолютного объема инвестиций. Он может использоваться для сопоставления финансового эффекта проектов с различными объемами движения финансовых средств.

ПРИМЕР 35

Коммерческий банк инвестирует средства в кредитование крупного концерна (клиент K_1) и физического лица (K_2). Сравним показатели эффективности инвестиций:

$$NPV(K_1) > NPV(K_2);$$

$$IRR(K_1) < IRR(K_2).$$

Приведенные соотношения указывают на то, что общий суммарный финансовый эффект от кредитования крупного концерна превышает эффект от кредитования физического лица. С другой стороны, на один рубль вложенных средств физическое лицо приносит больший доход.

Между показателями *NPV*, *IRR* существуют математические соотношения:

если $NPV > 0$, то $IRR > d$;
$NPV < 0$, то $IRR < d$;
$NPV = 0$, то $IRR = d$.

ПРИМЕР 36

В соответствии с условиями инвестиционного проекта необходимо единовременно вложить 30 млн руб., через год — еще 20 млн руб. и 20 млн руб. через три года от момента первой инвестиции.

Возврат по проекту начинается с конца 4-го года по 30 млн руб. ежегодно в течение трех лет и по 35 млн руб. ежегодно в течение четырех лет.

Рассчитать *NPV* и *IRR* при условии, что учетная ставка равна 20%.

Для удобства представим данные в виде таблицы:

Год	0-й	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
Величина платежа, млн руб.	–30	–20	0	–20	30	30	30	35	35	35	35

Для расчета чистого приведенного дохода приведем все платежи к началу инвестиции (моменту времени, когда производится первое инвестирование средств):

$$NPV = 30\frac{1-(1+0{,}2)^{-3}}{0{,}2(1+0{,}2)^{3}} + 35\frac{1-(1+0{,}2)^{-4}}{0{,}2(1+0{,}2)^{6}} - \left(\frac{20}{(1+0{,}2)^{3}} + \frac{20}{1+0{,}2} + 30\right) = 8{,}67 \text{ млн руб.}$$

Положительное значение $NPV = 8{,}67$ млн руб., что указывает на то, что данный инвестиционный проект даст больший финансовый эффект, чем вложение средств в финансовый рынок с доходностью 20%.

Так как $NPV > 0$, то $IRR > d$.

Для расчета *IRR* решим приведенное ниже уравнение:

$$30\,\frac{1-(1+IRR)^{-3}}{IRR(1+IRR)^{3}} + 35\,\frac{1-(1+IRR)^{-4}}{IRR(1+IRR)^{6}} - \left(\frac{20}{(1+IRR)^{3}} + \frac{20}{1+IRR} + 30\right) = 0.$$

Используя опцию *Подбор параметра* в *MS Excel*, получим $IRR = 23{,}1\%$. Таким образом, с точки зрения финансовой эффективности проект является привлекательным.

Случай из жизни. Сергей, 40 лет, решил купить программу накопительного страхования жизни, поддавшись на уговоры страхового агента. Он выбрал программу на 10 лет с ежегодным взносом в объеме 50 000 руб., первый взнос необходимо было оплатить уже сейчас. По условиям программы Сергей получит 530 724 руб. через 10 лет, а если он не доживет до истечения срока программы, то сумма его взносов будет возвращена выгодоприобретателям, которыми Сергей указал жену и сына.

В качестве ставки дисконтирования принималась доходность по депозиту в наиболее надежном банке — 8% годовых:

$$NPV = -50\,000 - \frac{50\,000}{1{,}08} - \frac{50\,000}{1{,}08^2} - \ldots - \frac{50\,000}{1{,}08^9} + \frac{530\,724}{1{,}08^{10}} = \\ = -116\,516 \text{ руб.}$$

Иными словами, данное решение с инвестиционной точки зрения неэффективно — проще положить средства на депозит под 8%. Рассчитаем *IRR*:

$$-50\,000 - \frac{50\,000}{IRR} - \frac{50\,000}{IRR^2} - \ldots - \frac{50\,000}{IRR^9} + \frac{530\,724}{IRR^{10}} = 0$$

IRR $\approx$ 1,08%, это намного ниже 8%, что еще раз доказывает неэффективность подобных инвестиций.

Однако и здесь перед тем, как делать какие-либо поспешные выводы, необходимо досконально изучить программу страхования жизни. Так, если она действительно не содержит никакой дополнительной защиты от рисков и в случае смерти ваши выгодоприобретатели получат лишь сумму ваших взносов, то смысла подобного распоряжения накоплениями нет. Проще их вложить на депозит под 8% годовых. Если же программа будет предполагать дополнительную защиту от рисков (например, при потере трудоспособности, опасном заболевании и смерти страховая компания будет выплачивать не сумму взносов, а сумму, которая вам причиталась бы в конце срока), тогда такое вложение средств могло бы быть интересным, так как давало бы бóльшую защиту, чем депозит.

4.4

РАСЧЕТ ДИСКОНТИРОВАННОГО СРОКА ОКУПАЕМОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ

Срок окупаемости инвестиций — это промежуток времени от момента окончания инвестиционных вложений до момента, когда дисконтированная сумма вложений будет равна дисконтированной сумме доходов. Рассмотрим рис. 6.

Кривая линия показывает текущий баланс инвестиций с учетом упущенной выгоды. На интервале Δt_1 производятся инвестиционные вложения, на интервале Δt_2 — прекращаются. Увеличение отрицательного баланса объясняется потерями для инвестора вследствие изъятия инвестиционных средств из финансового оборота. То есть средства, которые должны были приносить

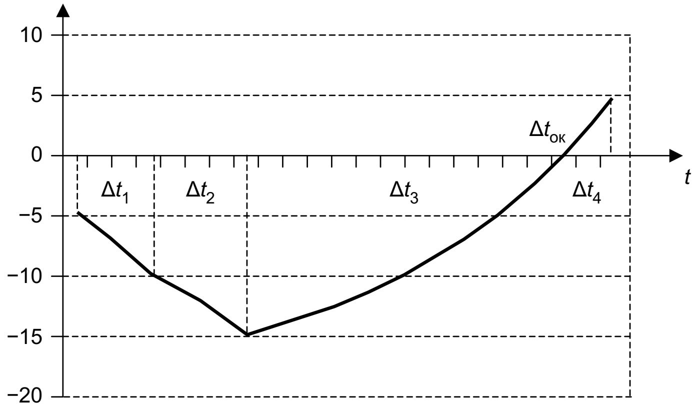


Рис. 6. Срок окупаемости инвестиций

доход, «заморожены» в инвестиционном процессе. На интервале Δt_3 имеют место инвестиционные доходы. Отрицательный баланс средств уменьшается. На интервале Δt_4 инвестиционные доходы покрывают расходы и потери вследствие изъятия средств из оборота в момент инвестирования. Точка 0 — момент окупаемости; $\Delta t_{\text{ок}}$ — срок окупаемости инвестиционного проекта. Для определения $\Delta t_{\text{ок}}$ необходимо последовательно суммировать дисконтированные значения инвестиционных доходов до тех пор, пока не будет достигнуто равенство дисконтированных значений доходов и расходов. Интервал времени между моментом совершения данного платежа и моментом последнего инвестиционного вложения и будет сроком окупаемости проекта $\Delta t_{\text{ок}}$:

$$\sum_{j=1}^{j_{\text{ок}}} \frac{E_j}{(1+d)^{t_j}} - \sum_{l=1}^{n_1} \frac{K_i}{(1+d)^{t_l}} = 0\,. \tag{4.4}$$

Рассчитанный срок окупаемости сравнивается с установленным нормативным сроком. Если расчетный срок меньше нормативного, то проект считается приемлемым для инвестирования.

Случай из жизни. Посетив выставку зарубежной недвижимости, Олег решил купить квартиру в Европе за 70 000 евро, не в кредит, с перспективой получать 300 евро в месяц от сдачи ее в аренду (данный доход приведен уже за вычетом расходов на оплату услуг

Таблица 3

Расчет окупаемости финансового проекта, евро

Год	0-й год	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год	5-й год
Денежный поток купля-продажа недвижимости	–70 000					$\frac{70\,000 \cdot 1{,}05^5}{1{,}04^5} =$ $= 73\,430{,}7288$
Денежный поток от аренды		$\frac{2100 \cdot 1{,}05}{1{,}04} =$ $= 2120{,}19231$	$\frac{2100 \cdot 1{,}05^2}{1{,}04^2} =$ $= 2140{,}57877$	$\frac{2100 \cdot 1{,}05^3}{1{,}04^3} =$ $= 2161{,}1613$	$\frac{2100 \cdot 1{,}05^4}{1{,}04^4} =$ $= 2181{,}94166$	
Совокупный денежный поток	–70 000	2 120	2 141	2 161	2 182	73 431
Совокупный денежный поток нарастающим итогом	–70 000	–67 880	–65 739	–63 578	–61 396	12 035

управляющей компании, расходов на обслуживание недвижимости, налогов). Квартира сдается в среднем с апреля по октябрь (семь месяцев в году), т. е. годовой доход составляет 2100 евро. Олег думает продавать квартиру через пять лет, успев сдать ее в течение четырех лет, чтобы использовать полученный доход на иные цели. Также на основании прошлой статистики Олег выявил, что может рассчитывать на ежегодный рост стоимости недвижимости на 5% в год плюс рост арендной ставки также на 5% в год. Ставка дисконтирования была принята на уровне доходности среднего депозита в банке, который составлял в евро 4%.

Каков срок окупаемости данного проекта?

Лишь на 5-м году Олег выйдет на положительный финансовый результат (табл. 3). Таким образом, срок окупаемости данного проекта совпадает с планируемым сроком вложения средств в недвижимость и ее дальнейшей продажей. Расчеты показывают, что рассматриваемый проект для Олега малопривлекателен.

4.5
РАСЧЕТ ИНДЕКСА ПРИБЫЛЬНОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ

Индекс прибыльности показывает относительную прибыльность проекта, или дисконтированную стоимость денежных поступлений от проекта в расчете на единицу вложений.

Если вложения делаются единовременно, то индекс прибыльности рассчитывается путем деления чистых приведенных поступлений от проекта на стоимость первоначальных вложений:

$$PI = \frac{\sum_{j=1}^{n2} \frac{E_j}{(1+d)^{t_j}}}{K}. \qquad (4.5)$$

В общем случае, если затраты распределены во времени, формула будет иметь вид

$$PI = \frac{\sum_{j=1}^{n_2} \frac{E_j}{(1+d)^{t_j}}}{\sum_{l=1}^{n_1} \frac{K_l}{(1+d)^{t_l}}}. \qquad (4.6)$$

При $PI = 1$ — не имеет смысла изымать средства из оборота в базовой схеме размещения средств;

при $PI < 1$ — инвестиционный доход не покроет убытки от недополучения процентного дохода вследствие изъятия средств из базовой схемы;

при $PI > 1$ — доход превысит потери.

Поскольку индекс прибыльности является относительным показателем финансовой эффективности инвестиции, то он может использоваться при выборе проекта из ряда альтернативных, имеющих одинаковые значения *NPV*, но разные объемы вложения инвестиционных средств (капиталоемкость).

Случай из жизни. Михаил Иванович, 60 лет, решил приобрести программу добровольного пенсионного обеспечения негосударственного пенсионного фонда, чтобы единоразово вложить в нее 2 млн руб., а со следующего года ежемесячно получать около 25 100 руб. в течение 10 лет (по 301 200 руб. в год). При этом объем выплат не меняется со временем и на протяжении 10 лет остается без изменений. Ставка дисконтирования принималась равной ставке по депозитам в надежных банках (8%).

$$PI = \frac{\dfrac{301\,200}{1{,}08} + \dfrac{301\,200}{1{,}08^2} + \ldots + \dfrac{301\,200}{1{,}08^{10}}}{2\,000\,000} = \frac{2\,021\,076{,}5}{2\,000\,000} =$$

$$= 1{,}010538 \text{ руб., или } 1{,}0538\%.$$

Как можно видеть, у подобного варианта размещения денежных средств не такая уж высокая прибыльность. Гораздо интереснее было бы подобрать нечто более доходное либо выбирать пожизненную пенсию, чтобы по истечении 10 лет пенсионные выплаты продолжались до момента ухода Михаила Ивановича из жизни.

4.6
ВЫБОР АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ПРОЕКТОВ

В ситуации, когда выбор инвестиционных альтернатив не очевиден, обычно рекомендуется инвестировать средства в проект с большим значением *NPV*, поскольку этот показатель характеризует возможный прирост финансового потенциала, а также обладает свойством аддитивности, т. е. позволяет складывать значения показателя *NPV* по различным проектам и использовать суммарную величину для оптимизации инвестиционного портфеля. *IRR* можно рассматривать как количественный показатель, характеризующий доходность на единицу вложенного капитала.

Помимо формализованных критериев оценки эффективности при принятии решения о целесообразности финансирования инвестиционного проекта учитываются различные ограничения и неформальные критерии. В качестве ограничений могут выступать предельный срок окупаемости инвестиций, ряд нефинансовых показателей. К неформальным критериям можно отнести вытеснение с рынка конкурирующих компаний, проникновение продукции на перспективный рынок сбыта, политические мотивы и т. п.

4.7
ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫХ СРЕДСТВ ПО НЕСКОЛЬКИМ ПРОЕКТАМ

Если существует выбор из нескольких инвестиционных проектов, а предприятие ограничено в финансовых ресурсах, то возникает задача оптимизации распределения ресурсов по проектам. По отношению друг к другу проекты могут быть

- независимыми (т. е. возможна их одновременная реализация);
- альтернативными (т. е. принятие одного проекта означает автоматический отказ от другого).

ПРИМЕР 37

Условие: проекты не поддаются дроблению, т. е. каждый проект можно реализовать только целиком.

Предположим, что предприятие имеет возможность инвестировать до 550 тыс. долл., ставка дисконтирования равна 12%. Необходимо составить оптимальный инвестиционный портфель, если имеются следующие независимые инвестиционные проекты:

Проект	Инвестиции, тыс. долл.	Возврат по инвестициям, тыс. долл.			
A	–300	60	100	140	140
B	–200	50	50	100	100
C	–250	85	85	85	85
D	–150	50	50	50	70

Возможны следующие комбинации проектов в инвестиционном портфеле:

$$A + B, \quad A + C, \quad A + D, \quad B + C, \quad B + D, \quad C + D.$$

Найдем *NPV* проектов и суммарный *NPV*:

Комбинация	Суммарная инвестиция, тыс. долл.	Суммарный *NPV*, тыс. долл.
$A + B$	–500	41,14 (21,91 + 19,23)
$A + C$	–550	30,09 (21,91 + 8,17)
$A + D$	–450	36,49 (21,91 + 14,58)
$B + C$	–450	27,41 (19,23 + 8,17)
$B + D$	–350	33,81 (19,23 + 14,58)
$C + D$	–400	22,75 (8,17 + 14,58)

На основании расчетов можно сделать вывод, что оптимальным для инвестиционного портфеля является сочетание проектов $A + B$ ($NPV = 41{,}14$ тыс. долл.).

ПРИМЕР 38

Условие: проекты поддаются дроблению, т. е. можно реализовывать не только проект целиком, но и любую его часть.

Используем исходные данные из примера 37.

Для составления оптимального инвестиционного портфеля необходимо следующее.

1. Рассчитать индекс прибыльности *PI* для каждого финансового проекта.
2. Упорядочить проекты по убыванию индекса прибыльности.
3. Включить в инвестиционный портфель первые *n* проектов, которые могут быть профинансированы в полном объеме.
4. Остальные проекты включаются в инвестиционный портфель по остаточному принципу (в процентном соотношении).

Рассчитаем для каждого проекта *NPV* и *PI*:

Проект	***NPV*, тыс. долл.**	***PI***
A	21,91	1,07
B	19,23	1,10
C	8,17	1,03
D	14,58	1,10

По убыванию показателя *PI* проекты располагаются следующим образом: *B*, *D*, *A*, *C*.

Оптимальной станет следующая комбинация:

Проект	**Размер инвестиции, тыс. долл.**	**Доля инвестиции в портфеле, %**	***NPV*, тыс. долл.**
B	–200	100	19,23
D	–150	100	14,58
A	–200	66,7	27,44
ИТОГО	–550		61,25

Любая другая комбинация снижает значение *NPV*.

Чтобы доказать это, включим в портфель проекты по убыванию показателя *NPV*:

Проект	**Размер инвестиции, тыс. долл.**	**Доля инвестиции в портфеле, %**	***NPV*, тыс. долл.**
A	–300	100	21,91
B	–200	100	19,23
D	–50	33,3	4,86
ИТОГО	–550		46,00

4.8
АНАЛИЗ ПРОЕКТОВ РАЗЛИЧНОЙ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ

Если проекты имеют различную длительность, то вышеописанные методы оценки эффективности инвестиций не подходят, поскольку короткий проект в перспективе можно чаще воспроизводить.

В качестве примера возьмем два взаимоисключающих проекта *A* и *B* с одинаковыми первоначальными вложениями, но разными сроками действия (табл. 4).

Таблица 4

Сравнение инвестиционных проектов

Год	Проект *A*, тыс. руб.	Проект *B*, тыс. руб.
1-й	–100	–100
2-й	80	20
3-й	80	30
4-й		50
5-й		50
6-й		80

При ставке дисконтирования 15% *NPV* проекта *A* равен 30,06 тыс. руб., а проекта *B* — 41,31 тыс. руб., но продолжительность проектов несопоставима.

Для их сравнения предположим, что каждый из анализируемых проектов повторяется неограниченное число раз.

Суммарный *NPV* повторяющегося потока находится по формуле

$$NPV(N, t) = NPV(N) + \frac{NPV(N)}{(1+d)^N} + \frac{NPV(N)}{(1+d)^{2N}} + \ldots, \quad (4.7)$$

где N — продолжительность проекта;

t — число повторений исходного проекта.

Предел при числе повторений *t*, стремящемся к бесконечности, равен

$$NPV(N,\infty)=\lim_{t\to\infty} NPV(N,t)=NPV(N)\,\frac{(1+d)^N}{(1+d)^N-1}\,. \tag{4.8}$$

Уравнение (4.7) используется для сравнения проектов различной продолжительности, так как бесконечно воспроизводя ту же структуру ежегодных доходов, мы получаем проекты равной (бесконечной) длительности.

По формуле (4.7) имеем:

проект A

$$NPV(2,\infty)=NPV(2)=30{,}06\,\frac{(1+0{,}15)^2}{(1+0{,}15)^2-1}=$$

$$=30{,}06\cdot 4{,}1=123{,}27 \text{ тыс. руб.;}$$

проект B

$$NPV(5,\infty)=NPV(5)=41{,}31\,\frac{(1+0{,}15)^5}{(1+0{,}15)^5-1}=$$

$$=41{,}31\cdot 1{,}99=82{,}16 \text{ тыс. руб.}$$

На основе вычислений можно сделать вывод: проект *A* более предпочтителен.

4.9
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФИНАНСОВЫХ ФУНКЦИЙ *MS EXCEL* ДЛЯ АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ

Расчет чистого приведенного дохода для периодических платежей

Для расчета чистого приведенного дохода используется функция ЧПС:

ЧПС (*ставка; значение 1; значение 2; ...*),

где *ставка* — ставка дисконтирования (учетная ставка);
значение 1, значение 2, ... — массив доходов и расходов в конце каждого периода.

Если платежей (поступлений) на конец какого-либо периода нет, в массиве все равно должна присутствовать соответствующая ячейка, иначе результаты вычислений будут ошибочными.

Формула для вычисления NPV имеет вид

$$NPV = \sum_{i=1}^{n} \frac{value_i}{(1+d)^i}, \quad (4.9)$$

где $value_i$ — значения выплат и поступлений;

d — ставка дисконтирования;

n — количество выплат и поступлений.

Примечание. Вычисления чистого приведенного дохода базируются на будущих денежных взносах, т. е. предполагается, что первый платеж происходит по прошествии одного периода времени после начала инвестиционного процесса. Если первая выплата происходит в начале первого периода, то первое значение следует добавить к результату функции ЧПС (вычесть, если это затраты), а не включать его в список аргументов (так как первый платеж не требуется дисконтировать).

ПРИМЕР 39

Имеется два предложения по инвестированию средств. График платежей приведен в таблице. Требуется оценить, какой из проектов является наиболее прибыльным. Ставка дисконтирования равна 15% годовых.

Год	—	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й
Проект *A*, млн руб.	–50 000	–20 000	10 000	30 000	30 000	30 000	30 000	30 000
Проект *B*, млн руб.		–70 000	25 000	25 000	15 000	23 000	25 000	25 000

Рассчитаем NPV для обоих вариантов.

Для проекта *A*:

ЧПС (15%; –20 000; 10 000; 30 000; 30 000; 30 000;
30 000; 30 000) – 50 000 = 16 211,46 долл.

К значению ЧПС прибавляют –50 000 долл., так как платеж производится в начале первого периода.

Для проекта *B:*

ЧПС (15%; –70 000; 25 000; 25 000; 15 000; 23 000;
25 000; 25 000) = 14 689,91 долл.

Следовательно, проект *A* является более доходным, чем проект *B*.

Расчет чистого приведенного дохода для непериодических платежей

Если интервал времени между последовательными платежами меняется, то для расчета *NPV* может использоваться функция ЧИСТНЗ:

ЧИСТНЗ (*ставка; значения; даты*),

где *ставка* — ставка дисконтирования (учетная ставка);
значения — массив доходов и расходов, которые соответствуют приведенным в аргументе значениям даты;
даты — даты платежей.

Расчет чистого приведенного дохода производится на дату осуществления первой операции, т. е. на дату $дата_0$. Таким образом, $значение_0$ не дисконтируется. Все последующие выплаты дисконтируются с использованием временной базы $T = 365$.

Для расчета используется формула

$$XNPV = \sum_{i=1}^{n} \frac{value_i}{(1+d)^{\frac{d_i - d_1}{365}}}, \tag{4.10}$$

где $XNPV$ — чистая текущая стоимость (приведенный доход) нерегулярных переменных выплат и поступлений;
$value_i$ — величина i-й операции;
d — ставка дисконтирования;
d_i — дата i-й операции;
d_1 — дата 1-й операции;
n — количество выплат и поступлений.

Примечание. Функция ЧИСТНЗ возвращает значение ошибки #ЧИСЛО!, если какое-либо значение в аргументе даты не является допустимой датой, или если какое-либо значение в аргументе даты предшествует начальной дате, или если значения и даты содержат разное количество значений.

ПРИМЕР 40

Оценим инвестиционный проект, в соответствии с которым предполагается вложение средств в объеме 50 000 руб. 1 января 1999 г., 25 000 руб. 1 июля 1999 г. и доходы: 10 000 руб. 1 января 2000 г., 10 000 руб. 30 мая 2000 г., 50 000 руб. 1 сентября 2000 г. и 50 000 руб. 30 мая 2001 г. Ставка дисконтирования равна 12% годовых.

NPV составит:

ЧИСТНЗ (12%; (–50 000; –25 000; 10 000; 10 000; 50 000; 50 000); («1.01.1999»; «1.07.1999»; «1.01.2000»; «30.05.2000»; «1.09.2000»; «30.05.2001»)) = 23 248,59 руб.

Возможно, для упрощения ввести массив значений и дат в ячейки и сделать на них ссылки при расчете ЧИСТНЗ.

Расчет внутренней нормы доходности для периодических платежей

При расчете *IRR* для периодических платежей можно использовать функцию ВСД:

ВСД (*значения; предположение*),

где *значения* — массив или ссылка на ячейки, содержащие числовые величины платежей и доходов;

предположение — это число, задающее оценочное значение *IRR*.

Для вычисления *IRR* в *MS Excel* используется итеративный метод. Этот метод дает сходимость с точностью до 0,00001%. Если ВСД не находит результат после 20 итераций, то функция возвращает значение ошибки #ЧИСЛО! Если значение аргумента *предположение* не введено, то оно полагается равным 0,1 (10%).

Если ВСД выдает значение ошибки #ЧИСЛО! или полученный результат далек от ожидаемого, можно выполнить вычисления еще раз с другим значением аргумента *«предположение»*.

Если инвестиции осуществляются за счет привлеченных средств (по ставке *g*), то разность (ВСД – *g*) показывает процентный эффект от инвестиционной деятельности.

При ВСД = g — доход от инвестиции покрывает плату за привлеченные средства;
при ВСД < g — инвестиции убыточны.

Расчет внутренней нормы доходности для непериодических платежей

При расчете *IRR* для периодических платежей можно использовать функцию ЧИСТВНДОХ:

ЧИСТВНДОХ (*значения; даты; предп*),

где *значения* — объемы доходов и расходов, которые соответствуют датам, заданным в аргументе даты;
даты — расписание дат платежей;
предп — число, задающее оценочное значение *IRR*.

ПРИМЕР 41

Рассмотрим инвестицию, при которой предполагается выплата наличными 10 000 руб. 1 января 1992 г. и поступления: 2750 руб. 1 марта 1992 г., 4250 руб. 30 октября 1992 г., 3250 руб. 15 февраля 1993 г. и 2750 руб. 1 апреля 1993 г. Внутренняя норма доходности составит:

ЧИСТВНДОХ ((–10 000; 2750; 4250; 3250; 2750);
(«1.01.92»; «1.03.92»; «30.10.92»; «15.02.93»; «1.04.93»); 0,1)
равняется 0,373363, или 37,34%.

Расчет *IRR* для периодических платежей при условии реинвестирования полученных средств

В этом случае предполагается, что полученные в результате инвестиции доходы вкладываются (реинвестируются) в некоторый приносящий доход финансовый актив. Тогда для определения *IRR* используется функция МВСД:

МВСД (*значения; ставка_финанс; ставка_реинвест*),

где *ставка_финанс* — норма прибыли, выплачиваемая по инвестиционным вложениям;
ставка_реинвест — норма прибыли, получаемая при реинвестировании полученных средств.

Для расчета используется формула

$$\left(\frac{-\sum_{i=1}^{n} \frac{value_i^p}{(1+r)^i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{value_i^m}{(1+f)^i}} \frac{(1+r)^n}{(1+f)} \right)^{\frac{1}{n-1}} -1\,, \tag{4.11}$$

где $value^p$ — поступления (положительные значения);

r — норма прибыли, получаемой при реинвестировании;

$value^m$ — выплаты (отрицательные значения);

f — норма прибыли, выплачиваемой за деньги, находящиеся в обороте;

n — количество выплат и поступлений средств.

ПРИМЕР 42

Предлагается через год инвестировать в некоторый проект 100 000 долл., которые взяты в банке под 7% годовых. Полученные от инвестиции доходы предполагается реинвестировать в ценные бумаги с уровнем доходности 11%.

Предполагается получение в течение пяти последующих лет следующих доходов: 20 000 долл., 30 000 долл., 30 000 долл., 37 000 долл., 45 000 долл.

Рассчитаем *IRR* данного проекта:

МВСД (–100 000; 20 000; 30 000; 30 000; 37 000; 45 000; 7%; 11%) =
= 14,2%.

ГЛАВА 5

ПЛАНИРОВАНИЕ ПОГАШЕНИЯ ДОЛГОСРОЧНОЙ ЗАДОЛЖЕННОСТИ

С долгосрочной задолженностью мы сталкиваемся, когда берем кредиты на неотложные нужды, покупку автомобиля или приобретение недвижимости.

Если срок кредитования превышает год, то такой кредит считается долгосрочной задолженностью. Важно знать, как именно ее погашать, чтобы не столкнуться с рисками неплатежей и просрочек выплат по кредиту, которые испортят вашу кредитную историю.

Помимо кредитной истории важна также финансовая стабильность: платежи по кредитам не должны становиться обременительными, особенно в случае, если речь идет о долгосрочных кредитах.

Случай из жизни. Максим решил улучшить свои жилищные условия и купить квартиру. Он взял ипотечный кредит в размере 3 млн руб., 1 млн руб. накопил сам, что и составило его первоначальный взнос по кредиту. Максим получил ипотечный кредит на 10 лет под 10% годовых, чтобы быстрее расплатиться с банком, ежемесячный платеж составил около 39 700 руб., что при заработной плате Максима в 80 000 руб. было относительно приемлемо.

Купив квартиру, Максим решил сделать в ней небольшой ремонт, для чего взял также потребительский кредит на три года в объеме 300 000 руб. под 25%, ежемесячный платеж составил около 12 000 руб., без учета ипотечного страхования и иных расходов. Максим стал выплачивать по кредитам 51 700 руб. при заработной плате 80 000 руб., и каждый месяц у него стало оставаться 28 300 руб., что полностью шло на текущие расходы, и Максим остался без каких-либо накоплений.

Однако когда Максиму срочно потребовалось 50 000 руб. на лечение, у него не было на это денег, а третий кредит он взять уже не смог. Если бы он изначально правильно спланировал суммы и сроки выплат по ипотеке и потребительскому кредиту, этого не произошло бы.

Самое важное в планировании управления задолженностью по долгосрочному кредиту — это график платежей по кредиту, так как долгосрочная задолженность погашается в рассрочку. Планирование погашения кредита состоит в составлении графика периодических платежей по нему.

На первом этапе необходимо понять способ погашения задолженности по кредиту. Обычно способ погашения определен банком. В зависимости от того, как именно происходит погашение основной суммы долга (так называемого тела кредита) и процентов по нему, существуют разные *способы погашения задолженности*:

- аннуитетные платежи (аннуитет);
- дифференцированные платежи;
- погашение потребительского кредита.

5.1 АННУИТЕТНЫЕ ПЛАТЕЖИ

В этом случае расходы должника по погашению задолженности будут постоянны на протяжении всего срока погашения. Взяв кредит по такой схеме, вы будете с установленной периодичностью, чаще всего раз в месяц, выплачивать банку одинаковые по размеру взносы по кредиту. Но существует одна тонкость — платежи одинаковы только на первый взгляд. Фактически структура платежей отличается.

Допустим, вы взяли ипотеку на 15 лет в размере 3 млн руб. под 10% годовых. Ежемесячный платеж неизменен и составляет 32 238 руб. Сравним структуру первого и последнего аннуитетного платежа (рис. 7).

Итак, по сумме платежи равны, но из первого платежа только 7238 руб. идет на погашение основного долга («тело кредита»), а все остальное — это проценты, которые, конечно, не способствуют снижению вашего долга перед банком. Так что в первое время вы в основном гасите проценты, а непосредственное погашение задолженности перед банком начинается где-то ровно

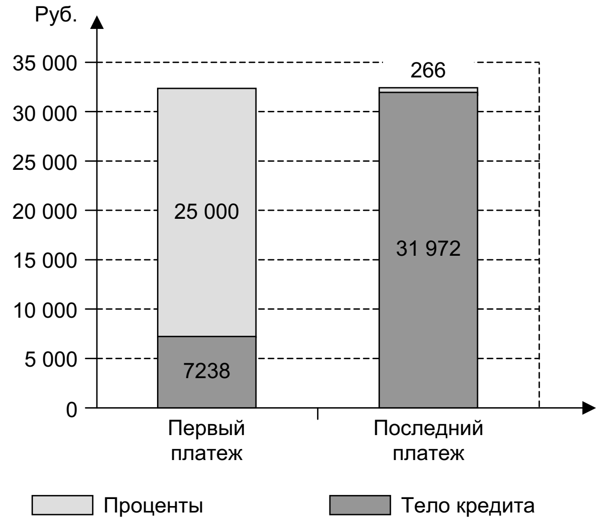


Рис. 7. Структура аннуитетных платежей

посередине срока кредита. Это видно из приведенного ниже графика — доля погашения основного долга в аннуитетном платеже начинает возрастать лишь с середины срока (рис. 8).

Неудивительно, что через три года выплат по ипотеке задолженность перед банком по-прежнему составит 2,7 млн руб. и что за эти три года долг в размере 3 млн руб. уменьшится всего лишь на 300 тыс. руб.

Как это происходит? Всему «виной» — метод, по которому считаются аннуитетные платежи.

Рассчитаем объем периодических равных выплат по ипотечному кредиту, используя формулу (3.9)

$$A = \frac{R}{p}\,\frac{1-\left(1+\dfrac{i}{m}\right)^{-mn}}{\left(1+\dfrac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1}, \qquad (5.1)$$

где i — процентная ставка за период n;

n — количество периодов на протяжении всего действия кредита.

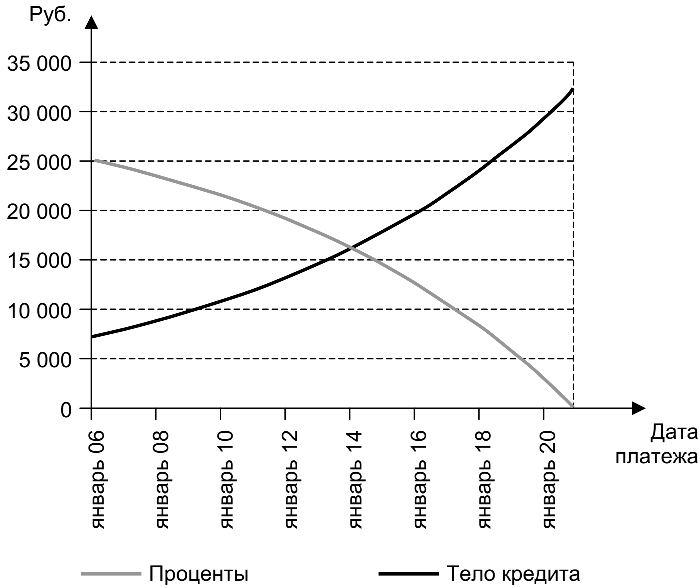


Рис. 8. График аннуитетных платежей по кредиту

При условии, что $m = p$, т. е. клиент платит каждый месяц, а банк каждый месяц начисляет проценты, объем ежемесячного платежа по кредиту R_p составит

$$R_p = A\,\frac{i_p(1+i_p)^{n_p}}{(1+i_p)^{n_p}-1},$$

где i_p — ежемесячная процентная ставка;

n_p — общее количество периодов уплаты.

Однако это не все. Как уже говорилось, со временем структура аннуитетных платежей меняется: процентная часть уменьшается, а та часть, которая направлена на погашение основной суммы долга, наоборот, возрастает.

Для выяснения структуры аннуитетного платежа рассчитывается невыплаченный остаток долга и на него производится начисление процентов по ставке i процентов годовых. Разница между суммарным объемом аннуитетного платежа и объемом процентных выплат идет на погашение основной суммы долга. Расчет плана погашения ведется последовательно, от первого платежа до полной выплаты основной части долга.

Случай из жизни. Вы взяли ипотеку на 20 лет ровно под 9% в размере 2 млн руб. Рассчитаем, какой будет ежемесячный платеж по кредиту, если учесть, что по ипотеке платежи надо вносить ежемесячно.

Сначала необходимо определить коэффициент аннуитета K, где n = 20 лет · 12 месяцев = 240 месяцев (так как платежи по ипотеке производятся ежемесячно, а не ежегодно), а $i = \dfrac{9\%}{12 \text{ месяцев}} = 0{,}75$ (поскольку период n — это не год, а месяц, и мы должны привести годовую ставку к месячной):

$$K = \frac{0{,}75 \cdot 1{,}75^{240}}{1{,}75^{240} - 1} = 0{,}008997\,.$$

Тогда ежемесячный платеж по ипотеке составит

2 000 000 · 0,008997 = 17 994,52 руб.

Составим график погашения задолженности.

Дата	Погашение процентов, руб.	Погашение основной суммы долга, руб.	Аннуитетный платеж, руб.	Остаток долга на начало года, руб.
1-й месяц	2 000 000 × × 0,75% = = 15 000	17 994,52 – – 15 000 = = 2994,519	17 994,52	2 000 000
2-й месяц	14 977,54	3 016,978	17 994,52	2 000 000 – – 2994,519 = = 1 997 005
3-й месяц	14 954,91	3 039,605	17 994,52	1 993 989
4-й месяц	14 932,12	3 062,402	17 994,52	1 990 949
...				

Теперь, когда метод составления плана погашения кредита, построенного на основе аннуитетной схемы, понятен, остановимся на вопросах подбора оптимального варианта долгосрочного кредита.

В отношении суммы кредита действует следующее правило — не следует брать финансовые средства «на всякий случай». Нужно брать именно столько, сколько вам действительно необходимо.

Случай из жизни. Заемщик обдумывает, брать кредит на 200 или на 250 тыс. руб. Кредит необходим для оплаты лечения, составляющей сумму до 190 тыс. руб. Сравним, насколько возрастет переплата по кредиту в 250 тыс. руб. по сравнению с кредитом в 200 тыс. руб., если оба кредита будут оформлены под 28% годовых в рублях на три года (табл. 5).

Таблица 5

Сравнение кредитов в 200 тыс. руб. и 250 тыс. руб. с точки зрения переплаты

Параметр	Потребительский кредит на 200 тыс. руб., руб.	Потребительский кредит на 250 тыс. руб., руб.
Ежемесячный платеж	8 273	10 341
Ежегодный платеж	99 273	124 091
Платежи за три года	297 818	372 272
Переплата по кредиту	97 818	122 272

Итого переплата по кредиту в 250 тыс. руб. превышает переплату по кредиту в 200 тыс. руб. на 24 454 руб. Это значит, что заемщик столкнется с дополнительными расходами только из-за неумения планировать и управлять личными финансами.

Что касается сроков уплаты кредита, то здесь действуют два основных правила.

1. Если вы желаете максимально сократить ежемесячный платеж по кредиту, вам необходимо брать кредит на максимально долгий срок. Но это существенно увеличит переплату по кредиту, а также приведет к тому, что ваши

кредитные риски будут действовать в течение большего периода времени.

2. Если вы желаете минимизировать размер переплаты, вам необходимо брать кредит на максимально короткий срок. Но это увеличит кредитную нагрузку на ваш бюджет, так как приведет к повышению ежемесячного платежа по кредиту, а значит, и увеличит кредитные риски в случае непредвиденных расходов, а также в случае сокращения доходов.

На какую величину изменение срока кредита может увеличить переплату, а также на какую величину данная операция может сократить ежемесячный платеж по кредиту?

Случай из жизни. Рассмотрим два варианта: когда заемщик оформляет кредит на 200 тыс. руб. под 28% годовых на два года и на пять лет (табл. 6).

Таблица 6

Сравнение кредитов в 200 тыс. руб. на два года и на пять лет с точки зрения переплаты и размера ежемесячного платежа

Параметр	**Потребительский кредит на 200 тыс. руб. на два года, руб.**	**Потребительский кредит на 200 тыс. руб. на пять лет, руб.**
Ежемесячный платеж	10 978	6 227
Ежегодный платеж	131 732	74 726
Платежи за весь срок кредитования	263 465	373 630
Переплата по кредиту	63 465	173 630

Как можно видеть, увеличение срока кредита на три года приводит к сокращению ежемесячного платежа на 4751 руб., но в то же время увеличивает переплату на 110 165 руб.

Вопрос о том, что лучше — сократить ежемесячный платеж или уменьшить размер переплаты, зависит от вашей финансовой обеспеченности. Если увеличение ежемесячного платежа выходит за рамки 30% вашего дохода, то для сохранения приемлемого уровня кредитной нагрузки лучше увеличить срок по кредиту и сократить ежемесячный платеж.

Если же сокращение срока по кредиту не приводит к чрезмерному росту кредитной нагрузки, то лучше брать кредит на меньший срок, чтобы сократить размер переплаты. Нужно принимать во внимание и влияние изменения срока кредита на ваши другие финансовые цели, просчитав разные варианты в рамках личного финансового плана.

Случай из жизни, показывающий неоднозначность планирования погашения долгосрочного кредита. Василию на работе предлагают ипотеку в размере 1 млн руб. 5% по кредиту оплачивает он, а остальное покрывает компания. На какой срок ее лучше брать: на 10 или 15 лет?

Если Василий будет платить только 5% по кредиту в размере 1 млн руб., то при сроке 10 лет платежи составят около 10 600 руб. в месяц (при отсутствии любых иных затрат по кредиту и комиссий) плюс затраты по ипотечному страхованию. За 10 лет Василий вернет банку 1 272 786 руб. плюс затраты на страховку и прочие комиссии, если они есть.

При сроке 15 лет выплаты составят около 7900 руб. в месяц, но за 15 лет Василий выплатит банку 1 423 429 руб. Если не гасить кредит досрочно, то выгоднее брать на 10 лет, если доходы позволяют.

Если же взять кредит на 15 лет, но полностью его погасить через 10 лет, то в течение 10 лет Василий будет платить по 7900 руб. в месяц (итого расходы за 10 лет составят около 950 000 руб.), а через 10 лет он полностью погасит остаток по кредиту около 425 000 руб. Итого расходы составят около 1 375 000 руб., что все равно больше, чем если брать кредит на 10 лет и выплачивать ежемесячно по 10 600 руб.

Следовательно, если доходы позволяют, лучше брать кредит на 10 лет. Но если выплаты по ипотеке превысят 30% дохода Василия, то лучше увеличить срок кредита. Также ему нужно обратить внимание на то, есть ли дополнительные комиссии и кто будет оплачивать ипотечную страховку и в какой пропорции.

Попробуйте рассмотреть ситуацию, если бы Василий брал ипотеку на 1 млн руб. под 10% и решал, брать ее на 15 или на 20 лет, получая при этом 40 000 руб. в месяц.

Таким образом, вопрос планирования погашения аннуитетных платежей неоднозначен. Срок, сумма кредита и момент погашения (досрочно или нет) зависят во многом от конкретной финансовой ситуации человека, для которого осуществляется планирование. Однако график платежей по кредиту, а также сравнение графиков для разных вариантов помогут вам в принятии правильного решения.

5.2
ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЙ ПЛАТЕЖ

Дифференцированные платежи отличаются от аннуитетных тем, что они к концу срока кредита уменьшаются, т. е. не равны между собой. Как и аннуитетные платежи, они состоят из той части, что идет на погашение основного долга, а также из части, идущей на процентные выплаты. Однако первая часть в случае дифференцированных платежей всегда одинакова, а размер процентных выплат по мере уменьшения суммы долга падает, так как они начисляются на ее остаток. Вместе с процентами снижается и размер ежемесячного платежа.

Рассмотрим принципы расчета выплат при дифференцированном платеже.

Пусть кредит в размере P выдан на n лет под i процентов годовых с погашением основной части задолженности равными долями с частотой p раз в год и начислением процентов на текущий остаток долга.

Периодическая сумма, идущая на погашение долга, равна

$$d = \frac{P}{np}. \tag{5.3}$$

Величина первой выплаты процентов равна $\%\%_1 = P\frac{i}{p}$.

Остаток долга на конец первого периода выплат $P_{\text{ост}} = P - d$.

Основная сумма долга последовательно сокращается: P, $P - d$, $P - 2d$ и т. д.

При этом уменьшается и объем процентных платежей, так как они начисляются на остаток долга:

$$P\frac{i}{p},\quad (P-d)\frac{i}{p},\quad (P-2d)\frac{i}{p}\quad \text{и т. д.}$$

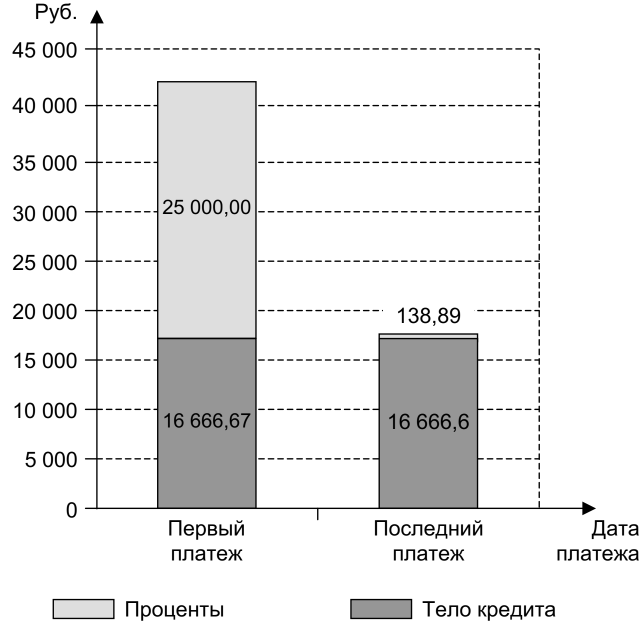


Рис. 9. Структура платежей, выплачиваемых по дифференцированной схеме

Суммарные выплаты по обслуживанию долга Y рассчитываются следующим образом:

$$Y_t = P_t \frac{i}{p} + \frac{P}{np}, \tag{5.4}$$

где P_t — остаток долга на начало года;

t — порядковый номер периода.

Возьмем для примера ту же ситуацию, которая рассматривалась выше: допустим, вы взяли кредит на 15 лет в размере 3 млн руб. под 10% годовых. Сравним структуру первого и последнего платежа по кредиту, который выплачивается по дифференцированной схеме (рис. 9).

Первый платеж существенно больше последнего, что обусловлено в первую очередь наличием процентных платежей, которые практически отсутствуют в последнем платеже. Логично

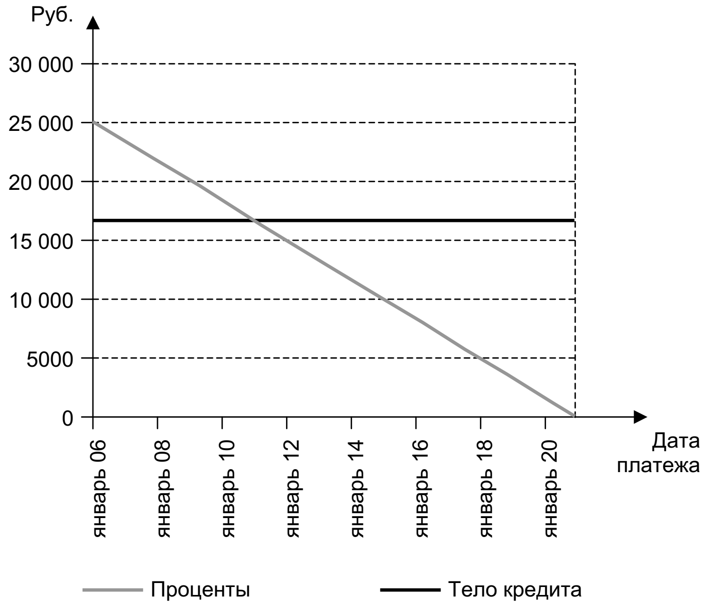


Рис. 10. График выплат в случае дифференцированных платежей

предположить, что график процентных выплат и погашения основного долга в случае дифференцированных платежей будет существенно отличаться от графика для аннуитета (рис. 10).

При дифференцированном платеже основная нагрузка на заемщика ложится в первой части срока кредита, когда размер выплат максимален: процентные платежи еще достаточно высоки. В отличие от дифференцированного платежа аннуитетная схема дает меньшую нагрузку на бюджет, так как платежи по кредиту всегда равны, но в силу инфляции с каждым годом они становятся все менее ощутимыми. Именно поэтому дифференцированный платеж имеет существенный недостаток перед аннуитетом: как правило, у заемщика доходы растут с течением времени (если он, конечно, не выходит на пенсию). Поэтому для него выгоднее иметь незначительную нагрузку в самом начале срока погашения кредита. В случае же дифференцированного платежа все происходит с точностью наоборот, поэтому он не слишком распространен в банковской практике.

Однако не все так однозначно: сравнив общий объем выплат по кредиту на 15 лет в размере 3 млн руб. под 10% годовых в случае аннуитета и дифференцированного платежа, обнаружим существенную разницу (табл. 7).

Таблица 7

Сравнение аннуитетных и дифференцированных платежей

Параметр сравнения	Аннуитет, руб.	Дифференцированный платеж, руб.
Ежемесячный платеж	32 238	Диапазон изменений: от 41 667 (в начале срока) до 16 806 (в конце срока)
Общий объем выплат по кредиту	5 867 344	5 262 501

Таким образом, дифференцированный платеж более выгоден с точки зрения общей переплаты по кредиту, но менее выгоден с точки зрения планирования погашения задолженности, особенно если речь идет о заемщике, у которого основной рост личных доходов впереди.

5.3
ПОГАШЕНИЕ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО КРЕДИТА

В потребительском кредите помимо аннуитетной схемы есть также вариант, по которому проценты начисляются на всю сумму кредита в начале срока (разовое начисление процентов) по формуле простых процентов:

$$I = Pni, \tag{5.5}$$

где P — размер кредита;
n — срок кредита в годах;
i — процент по кредиту.

Например, вы берете потребительский кредит в размере 200 000 руб. на один год под 30% годовых, где проценты начисляются на всю сумму кредита в начале срока. Сумма процентов по такому кредиту составит $I = 200\,000 \cdot 1 \cdot 0{,}3 = 60\,000$ руб.

Расходы по обслуживанию долга определяются по формуле

$$R = \frac{S}{np} = \frac{P(1+in)}{np}, \tag{5.6}$$

где n — срок кредита в годах (обычно один год);
p — число выплат в году (обычно $p = 12$).

Например, если вы берете потребительский кредит в размере 200 000 руб. на один год под 30% годовых, то расходы по обслуживанию долга составят

$$R = \frac{200\,000\,(1+0{,}3\cdot 1)}{1\cdot 12} = 21\,666{,}7 \text{ руб. в месяц.}$$

Далее необходимо разбить величину R на проценты и сумму, идущую на погашение основной части долга. Для этого можно использовать *правило 78.*

Сумма порядковых номеров месяцев в году равна 78. Если срок кредита равен одному году, то согласно этому правилу в 1-м месяце будет погашена доля общего объема процентов, равная $I_1 = \frac{12}{78}I$, во 2-м — $I_2 = \frac{11}{78}I$, в последнем месяце — $I_{12} = \frac{1}{78}I$. Таким образом, доля процентных выплат в равных срочных платежах снижается. Оставшаяся после уплаты процентов часть платежа идет на погашение основной части долга.

Например, в случае уже известного нам потребительского кредита на 200 000 руб. на год под 30% годовых размер платежа в пользу погашения процентов в первый месяц составит $I_1 = 60\,000\,\frac{12}{78} = 9230{,}769$ руб. Значит, в первый месяц на погашение основного долга будет израсходовано 21 666,7 – 9230,769 = = 12 435,9 руб.

Для случая, когда срок кредита равен году, процентные выплаты для платежа t можно представить в виде формулы

$$\%\% = \frac{t}{78}Pi \text{ (по причине того, что в данном случае } n \text{ равно 1).} \tag{5.7}$$

Выплаты по погашению основной части долга равны

$$d = R - \%\% = \frac{P(1+i)}{12} - \frac{t}{78} Pi. \tag{5.8}$$

В общем случае процентные выплаты в период t равны

$$\%\% = \frac{t}{Q} Pin, \tag{5.9}$$

где Q — сумма номеров периодов выплат (чтобы получить аналог числа 78 для одного года, вам придется сложить порядковые номера всех месяцев срока кредита: 1 + 2 + 3 + ...).

Выплаты по погашению основной части долга равны

$$d = R - \frac{t}{Q} Pin. \tag{5.10}$$

ПРИМЕР 43

Потребительский кредит в сумме 100 000 у.е. выдан на два года со ставкой 25% годовых. Погашение кредита ежемесячное. Необходимо составить план погашения кредита (табл. 8).

Общая сумма задолженности по кредиту составит

$$S = 100\,000 \cdot (1 + 0{,}25 \cdot 2) = 150\,000 \text{ у.е.}$$

(сумма процентных платежей равна 500 у.е.).

Ежемесячные выплаты по обслуживанию долга составят

$$R = \frac{150\,000}{24} = 6250 \text{ у.е.}$$

Сумма номеров месяцев Q составит

$$Q = \sum_{1}^{24} t = 300.$$

В 1-м месяце выплаты по процентам составят

$$\%\%_1 = \frac{24}{300} 50\,000 = 4000 \text{ у.е.}$$

Соответственно величина выплаты по погашению основной части долга составит

$$d_1 = 6250 - 4000 = 2250 \text{ у.е.}$$

Таблица 8

План погашения задолженности по потребительскому кредиту

Месяц	Остаток долга на начало месяца, у.е.	Выплаты по процентам, у.е.	Погашение долга, у.е.	Остаток долга на конец месяца, у.е.
1-й	100 000,00	4 000,00	2 250,00	97 750,00
2-й	97 750,00	3 833,33	2 416,67	95 333,33
3-й	95 333,33	3 666,67	2 583,33	92 750,00
4-й	92 750,00	3 500,00	2 750,00	90 000,00
5-й	90 000,00	3 333,33	2 916,67	87 083,33
...				
17-й	44 000,00	1 333,33	4 916,67	39 083,33
18-й	39 083,33	1 166,67	5 083,33	34 000,00
19-й	34 000,00	1 000,00	5 250,00	28 750,00
20-й	28 750,00	833,33	5 416,67	23 333,33
21-й	23 333,33	666,67	5 583,33	17 750,00
22-й	17 750,00	500,00	5 750,00	12 000,00
23-й	12 000,00	333,33	5 916,67	6 083,33
24-й	6 083,33	166,67	6 083,33	0
ИТОГО		50 000,00	100 000,00	

Рассмотренная схема погашения крайне обременительна для заемщика, так как объем процентных платежей начисляется на общий объем задолженности без учета ее снижения с течением времени. В связи с этим рассмотренная схема в российской практике кредитования встречается достаточно редко.

С учетом того, что планированием персональных и семейных расходов и доходов занимается достаточно мало людей, выплата по кредиту в форме равных, пусть и менее выгодных аннуитетных платежей более проста и понятна. Заемщик знает, что до определенной даты каждый месяц должен заплатить фиксированную сумму средств и она не меняется от месяца к месяцу.

Как следствие, клиенту банка нет необходимости постоянно сверяться с графиком платежей, чтобы случайно не заплатить меньше, чем требуется.

5.4
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФИНАНСОВЫХ ФУНКЦИЙ *EXCEL* ДЛЯ РАСЧЕТА ПОГАШЕНИЯ ЗАДОЛЖЕННОСТИ

С помощью *Excel* можно составить план погашения по кредиту. *Excel* содержит встроенные функции для расчета величины срочного платежа, а также величины платежа на погашение основной части долга и процентных выплат в случае погашения задолженности по схеме равных срочных выплат.

Рассмотрим основные функции, которыми можно воспользоваться при расчете и планировании долгосрочной задолженности.

Расчет периодического платежа

Функция ПЛТ возвращает значение периодического платежа по займу:

ПЛТ (*ставка; кпер; пс; бс; тип*).

Описание аргументов функций приведены в гл. 3.

ПРИМЕР 44

Требуется рассчитать ежемесячные выплаты по займу в 10 000 руб. Годовая процентная ставка — 45%, срок займа — 10 месяцев:

$$\text{ПЛТ}\left(\frac{45\%}{12};10;10\,000\right)=-1217{,}61 \text{ руб.}$$

Результат имеет отрицательное значение, так как означает выплаты заемщика.

Расчет процентных выплат

Функция ПРПЛТ вычисляет размер платежа по процентам в срочном платеже:

ПРПЛТ (*ставка; период; кпер; пс; бс; тип*),

где *период* — период, для которого требуется произвести вычисления (находится в интервале от 1 до *кпер*).

ПРИМЕР 45

Требуется рассчитать платежи по процентам за 1-й месяц от трехгодичного займа в 25 000 руб. из расчета 12% годовых:

$$\text{ПРПЛТ}\left(\frac{12\%}{12}; 1; 36; 25\,000\right) = -250 \text{ руб.}$$

Расчет платежей на погашение основной части долга

Функция ОСПЛТ вычисляет величину платежей на погашение основной части долга:

ОСПЛТ (*ставка; период; кпер; пс; бс; тип*).

ПРИМЕР 46

Требуется рассчитать величину основных выплат за два месяца для трехгодичного кредита в 25 000 руб. из расчета 12% годовых:

$$\text{ОСПЛТ}\left(\frac{12\%}{12}; 2; 36; 25\,000\right) = -586{,}16 \text{ руб.}$$

ПРИМЕР 47

Требуется рассчитать величину основных выплат за последний месяц от трехгодичного кредита в 25 000 руб. при 12% годовых:

$$\text{ОСПЛТ}\left(\frac{12\%}{12}; 36; 36; 25\,000\right) = -822{,}14 \text{ руб.}$$

Расчет суммы основных выплат по займу

Функция ОБЩДОХОД вычисляет сумму основных выплат по займу между двумя периодами:

ОБЩДОХОД (*ставка; кол_пер; нз; нач_период; кон_период; тип*),

где *нач_период* — номер первого периода, участвующего в вычислениях (периоды выплат нумеруются начиная с 1);

кон_период — номер последнего периода, участвующего в вычислениях.

Примечание. Если нач_период < 1, кон_период < 1 или нач_период > кон_период, то функция ОБЩПЛАТ возвращает значение ошибки #ЧИСЛО! Если тип является любым числом, кроме 0 и 1, то функция ОБЩПЛАТ возвращает значение ошибки #ЧИСЛО!

ПРИМЕР 48

Кредит размером 100 тыс. руб. выдан на два года под 22% годовых; проценты начисляются ежеквартально. Необходимо определить величину основных выплат за 2-й год:

$$\text{ОБЩДОХОД}\left(\frac{22\%}{4}; 2\cdot 4; 100; 5; 8; 0\right) = -55{,}33 \text{ тыс. руб.}$$

Расчет суммы процентных выплат по займу за период

Функция ОБЩПЛАТ возвращает сумму выплат по процентам между двумя периодами:

ОБЩПЛАТ (*ставка; кол_пер; нз; нач_период; кон_период; тип*).

ПРИМЕР 49

Кредит в размере 100 тыс. руб. выдан на два года под 22% годовых; проценты начисляются ежеквартально. Необходимо определить величину процентных выплат за 2-й год:

$$\text{ОБЩПЛАТ}\left(\frac{22\%}{4}; 2\cdot 4; 100; 5; 8; 0\right) = -7{,}81 \text{ тыс. руб.}$$

ГЛАВА 6

РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЛОЖЕНИЙ В ЦЕННЫЕ БУМАГИ

Мы обсудили подходы к оценке альтернативных вариантов использования свободных финансовых средств.

Если у вас есть свободные 100 000 руб., вы можете хранить их дома или в банковской ячейке либо инвестировать в банковский депозит, ценные бумаги, недвижимость или иные приносящие доход активы. Это позволит снизить или полностью исключить ваши потери от инфляции. Если учесть, что уровень инфляции в России остается достаточно высоким и может превышать в годовом исчислении 10%, то, не инвестируя свои сбережения, вы гарантированно будете терять десятую часть покупательной способности сбережений ежегодно.

Случай из жизни. Семья из трех человек (муж, 40 лет, жена, 35 лет и ребенок, 5 лет) решили откладывать деньги на образование ребенка. В течение пяти лет муж и жена регулярно откладывали по 100 тыс. руб. в год и накопили 500 тыс. руб. Они решили их не размещать ни в какие инвестиционные инструменты, а оставить дома в наличности. Если ничего не предпринимать, то через 12 лет, когда их ребенку исполнится 17 лет и ему нужно будет поступать в вуз, стоимость обучения может значительно увеличиться вследствие инфляционного роста цен. Если же вложить 500 тыс. руб. хотя бы под 10% годовых, то семья получит дополнительный доход и фактически сохранит покупательную способность своих сбережений.

Самый распространенный инструмент, используемый для инвестиций частных средств в России, — банковский депозит. Однако он далеко не всегда становится рациональным решением по распоряжению своими накоплениями. В мире финансов действует простое правило: чем выше доход по финансовым вложениям, тем выше риск. Принятие более высокого риска может позволить получить значительно более высокий доход, чем тот, который предоставляют банки по депозитам.

Для тех, кто более склонен к принятию на себя финансовых рисков на финансовых рынках, имеется огромное количество разнообразных ценных бумаг. Ценных бумаг достаточно большое количество, однако наиболее распространены облигации и акции.

Рассмотрим подходы к определению эффективности финансовых вложений в облигации и акции.

6.1
ОБЛИГАЦИИ. ВИДЫ ОБЛИГАЦИЙ И ИХ РЕЙТИНГ

Облигация — это долговая ценная бумага, которая удостоверяет обязанность компании в определенный день выплатить владельцам своих облигаций определенную сумму. Иными словами, это обязательство вернуть долг инвесторам, так как, покупая облигацию, инвестор, по сути, дает компании в долг на определенное время.

Облигация может также предусматривать право ее владельца на получение фиксированного в ней процента от номинальной стоимости либо иные имущественные права.

Доход по облигации — это процент и (или) дисконт (скидка при продаже облигации).
Номинальная стоимость облигации — это стоимость, установленная компанией и, как правило, обозначенная непосредственно на облигации.

Облигации можно классифицировать по следующим признакам.

По сроку действия:

- краткосрочные (до 1 года);
- среднесрочные (1–5 лет);
- долгосрочные (5–30 лет);
- бессрочные (выплаты процентов по облигациям производятся неопределенно долго).

По способам выплаты дохода:

- облигации с фиксированной купонной ставкой;
- с плавающей купонной ставкой (размер купонной ставки зависит от уровня ссудного процента);
- с нулевым купоном (эмиссионный курс облигации устанавливается ниже номинального, и разница между ними представляет доход инвестора в момент погашения облигации) и др.

Облигации часто имеют рейтинг, присвоенный тому или иному выпуску определенным рейтинговым агентством. Чем выше рейтинг, тем выше надежность эмитента, т. е. тем более надежны инвестиции в данные облигации. Рейтинг устанавливают международные рейтинговые агентства — *Standard & Poor's, Moody's, Fitch*. В России действуют также российские рейтинговые агентства, например «Эксперт РА», «Рус-Рейтинг», «*AK & M*». Ниже приведены соответствия рейтинга и инвестиционного качества облигации (табл. 9).

Рассмотрим основные параметры облигации:

N — номинальная цена (номинал) — цена, используемая в качестве базы для начисления процентов;

S — выкупная цена — цена, по которой производится выкуп облигации эмитентом по истечении срока займа (выкупная цена может быть равна номиналу);

t_0 — дата эмиссии (выпуска) облигации;

t_1 — дата погашения облигации;

n — срок погашения $n = t_1 - t_0$;

p — количество выплат купонного дохода в течение года;

g — купонная процентная ставка (норма доходности) — процентная ставка, по которой рассчитывается размер процентного платежа. База для расчета процентной выплаты G — номинал облигации, $G = \dfrac{g}{p} N$.

Поскольку номиналы разных облигаций существенно различаются между собой, то возникает необходимость в сопоставимом измерителе рыночных цен. Для этого вводят понятие рыночного курса облигации.

Таблица 9

Соответствие рейтинга, установленного международным рейтинговым агентством, и инвестиционного качества облигации

Рейтинговое агентство *Standard & Poor's*	**Рейтинговое агентство *Moody's Investors service***	**Характеристика инвестиционных качеств ценных бумаг, соответствующая категории рейтинга**
Ценные бумаги инвестиционного качества		
AAA	*Aaa*	Способность погасить заем и выплатить процентные ставки, категория надежности — ценные бумаги высшей категории
AA	*Aa*	Очень высокая вероятность погашения основного долга и выплаты процентных ставок, надежность — высококачественные
A	*A*	Способность погасить заем и выплатить процентные ставки, но чувствительность к неблагоприятным экономическим условиям — высшее среднее качество
BBB	*Bbb*	Наличие необходимого капитала для покрытия долга, воздействия неблагоприятных экономических условий — низшее среднее качество
Спекулятивные ценные бумаги		
BB	*Bb*	Неопределенные и подверженные риску, платежеспособность которых может быть прервана во времени — в данный момент погашаемые
B	*B*	Изначально уязвимые, но в данный момент могут погашать проценты, долг, т. е. принципиально погашаемые
CCC	*Ccc*	Обеспечивающие некоторую защиту инвесторов, но имеющие большой риск — ненадежные
CC	*Cc*	Высокоспекулятивные
C	*C*	Недостаточное обеспечение займа — *junk bonds*, или «мусорные» облигации
D	*D*	Отсутствие обеспечения займа
SD	—	Вероятность выборочного дефолта

> *Курс облигации* (курсовая стоимость, курс) — это цена за единицу номинала облигации. Другими словами, курс — это значение рыночной цены облигации в процентах к номиналу.

$$K = \frac{P}{N} 100 , \qquad (6.1)$$

где K — курс облигации;
P — рыночная цена;
N — номинал облигации.

Например, если облигация с номиналом 10 000 руб. продается за 9600 руб., то ее курс составляет 96.

Текущая доходность облигации рассчитывается по формуле

$$i_{\text{тек}} = \frac{gN}{P} = \frac{g \cdot 100}{K} . \qquad (6.2)$$

При анализе облигаций обычно рассчитывают:

- доходность облигации;
- расчетную цену облигации на определенный момент времени (приведенную стоимость).

Рассмотрим анализ различных видов облигаций.

6.2
ОЦЕНКА ОСНОВНЫХ ВИДОВ ОБЛИГАЦИЙ

Облигации с периодическими выплатами купонного дохода

Полный доход владельца облигации складывается:

- из процентного дохода по купонам;
- дохода (убытка) в объеме разницы между номиналом и ценой покупки облигации.

Имеется облигация номиналом N с периодической выплатой купонного дохода $G = \frac{g}{p} N$ и сроком погашения n.

Приобретя облигацию в момент эмиссии, владелец потратит средства на покупку и получит распределенные во времени купонные доходы плюс номинал в момент погашения.

Купонные выплаты образуют ренту постнумерандо. Финансовую эффективность операции по инвестированию средств в облигацию можно рассчитать, определив внутреннюю норму доходности *IRR*, называемую *доходностью к погашению,* или *полной доходностью*. Используя для дисконтирования будущих поступлений ставку i, рассчитаем стоимость облигации:

$$P = \sum_{j=1}^{np} \frac{gN}{p(1+i)^{\frac{j}{p}}} + \frac{N}{(1+i)^n} . \tag{6.3}$$

Используя формулу для расчета современной стоимости постоянной ренты постнумерандо, выражение (6.3) можно представить в следующем виде:

$$P = \frac{gN}{p} \frac{1-(1+i)^{-n}}{(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1} + \frac{N}{(1+i)^n} . \tag{6.4}$$

Поделим обе части уравнения (6.3) на N и таким образом перейдем к курсовой цене:

$$\frac{K}{100} = \frac{1}{(1+i)^n} + \frac{g}{p} \frac{1-(1+i)^{-n}}{(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1} , \tag{6.5}$$

или

$$\frac{K}{100} = v^n + g a_{n,p,i} , \qquad (6.5)$$

где v — множитель дисконтирования;

$a_{n,\, p,\, i}$ — коэффициент приведения годовой ренты.

Полную доходность по облигации i можно найти с помощью опции *Подбор параметра* в *Excel*.

ПРИМЕР 50

Облигация со сроком погашения пять лет, с ежегодными купонными выплатами по ставке 10% приобретена в момент эмиссии по курсовой стоимости 95 руб.

Требуется определить текущую и полную доходность облигации.

Для расчета текущей доходности облигации используем формулу (6.2)

$$i_{\text{тек}} = \frac{g}{K}100\% = \frac{0{,}1}{95}100\% = 10{,}52\% .$$

Для расчета полной доходности облигации используем формулу (6.5)

$$0{,}95 = \frac{1}{(1+i_{\text{пол}})^5} + 0{,}1\frac{1-(1+i_{\text{пол}})^{-5}}{i_{\text{пол}}} . \qquad (*)$$

Для определения $i_{\text{пол}}$ используем табличный процессор *Excel*.

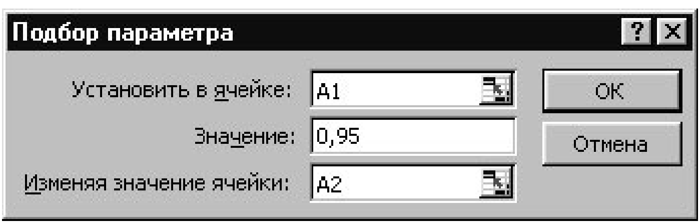
Введем в ячейку *A*1 правую часть формулы (∗). При вводе формулы вместо неизвестного значения $i_{\text{пол}}$ используем ссылку на ячейку *A*2.

В меню *Сервис* выберем опцию *Подбор параметра*.

В поле *Установить в ячейке* введем ссылку на ячейку, содержащую правую часть формулы (∗).

В поле *Значение* введем значение 0,95, которое должно быть достигнуто за счет подбора параметра (неизвестного значения), содержащегося в ячейке *A*2.

В поле *Изменяя значение ячейки* введем ссылку на ячейку *A*2.



Нажмем кнопку «ОК».

Excel производит подбор параметра в ячейке *A*2 таким образом, чтобы правая часть уравнения (∗) имела значение 0,95. Оно равно 14,6%. Это и есть значение полной доходности облигации.

ПРИМЕР 51

Необходимо оценить текущую рыночную цену облигации номиналом 100 тыс. руб., купонной ставкой 12% годовых и сроком погашения через четыре года, если ставка дисконтирования — 10% годовых. Купонный доход выплачивается дважды в год.

Купонные выплаты по облигации можно представить в виде ренты постнумерандо, где $p = 2$, $m = 1$.

Приведенная стоимость облигации составит

$$PV = \frac{100}{(1+0{,}1)^4} + \frac{0{,}12 \cdot 100}{2} \frac{1-(1+0{,}1)^{-4}}{(1+0{,}1)^{\frac{1}{2}} - 1} = 107{,}2 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, текущая рыночная цена облигации зависит от ставки дисконтирования. То есть если бы в нашем примере рыночная ставка (ставка дисконтирования) была равна 15%, то текущая стоимость облигации составила бы 92,6 тыс. руб.

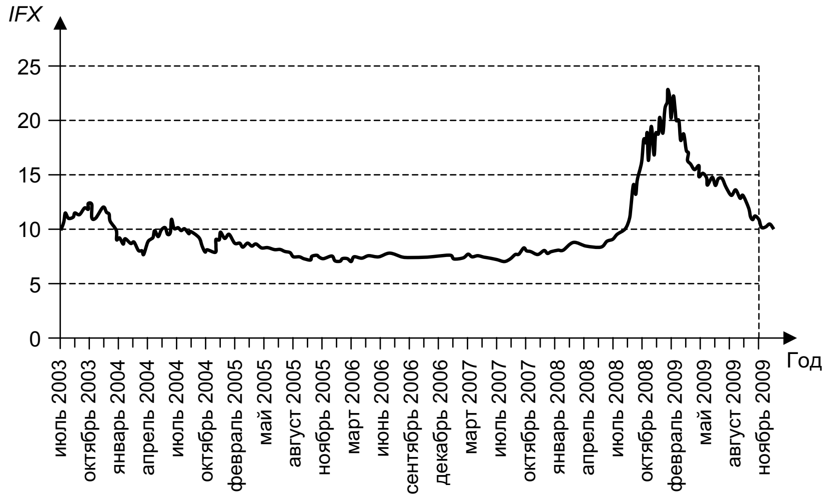
Таким образом, можно сделать следующие выводы.

1. Если рыночная ставка больше купонной, то облигации продаются со скидкой (или дисконтом), т. е. по цене ниже номинала.
2. Если рыночная ставка меньше купонной, то облигация продается с премией, т. е. по цене выше номинала.
3. Если рыночная ставка равна купонной, то облигация продается по номиналу.

Случай из жизни. В период финансового кризиса очень четко можно было проследить, как существенно возрос купонный доход по многим корпоративным облигациям и насколько сильно упала их цена:

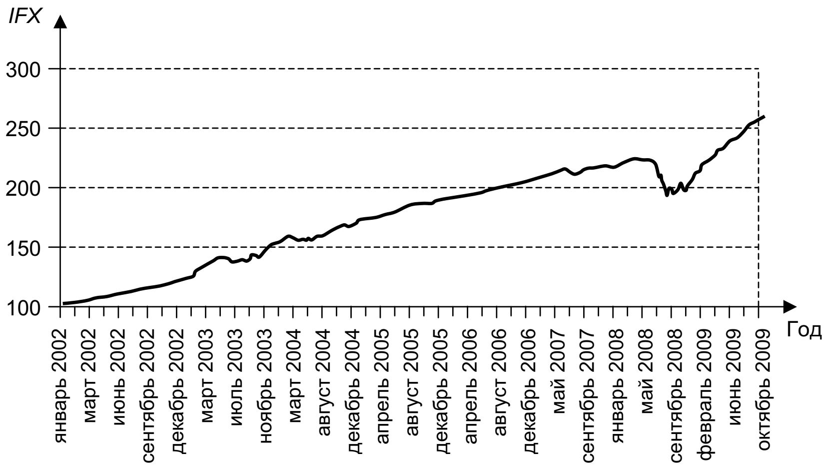
- индекс *IFX-Cbonds* — индекс средневзвешенной доходности корпоративных российских облигаций (простой, без учета внутригодового инвестирования купонов);
- индекс *IFX-Cbonds* — индекс полной доходности корпоративных российских облигаций (включая цену облигации, накопленный купонный доход и купонные выплаты).

С ростом купонных выплат цена облигации снижается, что отчетливо видно на графиках в период с октября 2008 по август 2009 г.



Источник: www.cbonds.info

Индекс *IFX-Cbonds* — индекс средневзвешенной доходности корпоративных российских облигаций (простой, без учета внутригодового инвестирования купонов)



Источник: www.cbonds.info

Индекс *IFX-Cbonds* — индекс полной доходности корпоративных российских облигаций (включая цену облигации, накопленный купонный доход и купонные выплаты)

Облигации с нулевым купоном

Данные облигации также еще именуются облигациями с дисконтом и размещаются со скидкой относительно номинала, а погашаются эмитентом в конце срока по номиналу. Купонные выплаты у таких облигаций отсутствуют. Курс облигации с нулевым купоном всегда меньше 100.

Цена облигации с нулевым купоном равна

$$P = \frac{N}{(1+i)^n}. \tag{6.7}$$

ПРИМЕР 52

Облигации с нулевым купоном номинальной стоимостью 100 тыс. руб. и сроком погашения четыре года продаются за 65 тыс. руб. Необходимо проанализировать целесообразность приобретения данных облигаций, если имеется возможность альтернативного инвестирования с нормой дохода 12%.

Из формулы (6.7) выразим доходность облигации i:

$$i = \sqrt[5]{\frac{100\,000}{65\,000}} - 1 = 0{,}089 \text{, или } 8{,}9\%.$$

Вывод: приобретение облигаций является невыгодным вложением (8,9% < 12%).

Случай из жизни. Одна из инвестиционных стратегий построена на том, чтобы приобретать облигации недооцененных компаний, которые будут выкуплены по номиналу через несколько месяцев, а полученная сумма может быть вложена в новые облигации, предлагаемые на финансовых рынках с дисконтом.

Такая стратегия характерна для облигаций второго и следующих эшелонов, т. е. в отношении достаточно рискованных облигаций, по которым до конца остается неясным, сможет ли компания их выкупить или объявит дефолт.

Так, например, осенью 2009 г. инвестор приобрел облигации компании «Пава» на 7800 руб., а менее чем через два месяца компания «Пава» полностью выкупила облигации и инвестор получил 10 000 руб., заработав более 28% менее чем за два месяца.

Облигации с выплатой процентов и номинала в конце срока

Проценты в данном случае начисляются за полный срок владения облигацией и выплачиваются при ее погашении вместе с номиналом.

Цена данной облигации равна

$$P = \frac{N(1+g)^n}{(1+i)^n}. \tag{6.8}$$

Разделим выражение на N и перейдем к курсовой цене

$$\frac{K}{100} = \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n. \tag{6.9}$$

Бессрочные облигации

Бессрочная облигация предусматривает выплаты по купонам неопределенно долгое время. Погашение облигации такого вида не предусмотрено.

При $n \to \infty$ формула (6.3) примет вид

$$P = \frac{gN}{i}, \tag{6.10}$$

$$K = \frac{100g}{i}. \tag{6.11}$$

6.3

РАСЧЕТ ДОХОДНОСТИ ОБЛИГАЦИЙ С УЧЕТОМ НАЛОГОВ

Налогом может облагаться купонный доход (*налог на текущий доход*) и доход, полученный вследствие того, что цены покупки и погашения отличаются (*налог на прирост капитала*). Ставки каждого налога могут быть различными.

Пусть

m — ставка налога на прирост капитала;
l — ставка налога на текущий доход.

Так как налогом облагается только прирост капитала, то инвестор при погашении облигации получит за вычетом уплаченного налога сумму $N - (N - P)m$. В момент погашения купонов, после уплаты налога на текущий доход, в распоряжении инвестора будет оставаться сумма $\frac{gN}{p}(1-l)$.

Запишем формулу для расчета цены облигации с учетом налогов:

$$P = \frac{P + (N-P)(1-m)}{(1+i)^n} + \frac{gN}{p}(1-l)a_{n;\,p;\,i}. \tag{6.12}$$

Указанная формула позволяет определить неизвестный параметр $i_{\text{пол}}$, который и является полной доходностью облигации с учетом налогов.

ПРИМЕР 53

Номинал облигации со сроком погашения через четыре года равен 10 000 руб. Купонный доход — 9% годовых. Купонные выплаты производятся раз в году. Облигация приобретена в момент эмиссии по курсу 95 руб. Требуется найти полную доходность к погашению при условии, что ставка налога на текущий доход равна 25%, а ставка налога на прирост капитала равна 35%.

По формуле (6.12) цена облигации равна

$$P = \frac{P + (N-P)(1-0{,}35)}{(1+i)^4} + (1-0{,}25)\,0{,}09N\,\frac{1-(1+i)^{-4}}{i}.$$

После несложных сокращений получим

$$P = \frac{0{,}65N + 0{,}35P}{(1+i)^4} + 0{,}07N\,\frac{1-(1+i)^{-4}}{i}.$$

Чтобы перейти к курсу, разделим обе части уравнения на N и умножим на 100:

$$\frac{P}{N}100 = \frac{0{,}65N}{N(1+i)^4}100 + \frac{0{,}35P}{N(1+i)^4}100 + \frac{0{,}07N}{N}100\,\frac{1-(1+i)^{-4}}{i};$$

$$K = \frac{65 + 0{,}35K}{(1+i)^4} + 7\frac{1-(1+i)^{-4}}{i};$$

$$95 = \frac{98{,}25}{(1+i)^4} + 7\frac{1-(1+i)^{-4}}{i}.$$

Найдем значение i через *Подбор параметра* в *Excel.* Полная доходность по облигации равна 8%.

Случай из жизни. Налогами часто пренебрегают при инвестиционном планировании. Так, Вера приобрела российские корпоративные облигации с дисконтом (с нулевым купоном), которые принесли ей 15% годовых. Ее сестра Надежда предпочла банковский депозит под 13% годовых.

На момент инвестиций налог на доходы по облигациям, включая купонный доход, составлял 13%, а депозиты, ставка по которым не превышала ставку рефинансирования +5%, не облагались налогом (ставка рефинансирования составляла 9%). Итого доход Надежды по депозиту остался на уровне 13%, так как не был подвержен налогам. А Вере пришлось уплатить 13% с полученного дохода, т. е. 13,05%. В результате итог инвестиций обеих сестер оказался идентичным, но средства Надежды также еще покрывались системой страхования вкладов и не были подвержены рыночным колебаниям, а вот инвестиции Веры были обеспечены лишь финансовым благополучием компании-эмитента, что делало инвестиции Веры более рискованными, но совсем не более прибыльными.

6.4
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФИНАНСОВЫХ ФУНКЦИЙ *MS EXCEL* ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ПО ОБЛИГАЦИЯМ

В табл. 10 и 11 приведены аргументы функций *MS Excel* по ценным бумагам (ЦБ).

Оценка облигаций с периодической выплатой процентов

Расчет временных параметров облигации

Функция ДНЕЙКУПОН рассчитывает количество дней между двумя купонными выплатами.

ДНЕЙКУПОН (*дата_согл; дата_вступл_в_силу; частота; базис*).

Примечание. Даты представлены порядковым номером дня по календарю, который ведется с 1900 г.

Таблица 10

Аргументы функций *MS Excel* по ценным бумагам

Аргумент	Описание
Базис	Временно́й период (год, месяц)
Дата_вступл_в_силу	Дата погашения или выкупа ЦБ у инвестора
Дата_выпуска	Дата выпуска ЦБ эмитентом
Дата_согл	Дата инвестиций в ЦБ
Доход	Годовая доходность по ЦБ (%)
Купон	Годовая купонная ставка (%)
Номинал	Номинал ЦБ
Первый_доход	Дата первой выплаты процентов по ЦБ
Частота	Количество купонных выплат в году
Погашение	Цена или курс продажи ЦБ инвестором
Ставка	Годовая купонная ставка (%)
Цена	Цена или курс ЦБ

Таблица 11

Варианты значения временного базиса в финансовых расчетах

Тип базиса	Обозначение
0 или опущено	Американский 30/360
1	Фактический/фактический
2	Фактический/360
3	Фактический/365
4	Европейский 30/360

ПРИМЕР 54

Дата приобретения облигации — 5.09.97. Дата окончания действия облигации — 10.09.99.

Выплаты по купонам производятся дважды в год. Принятый базис расчетов — 1.

Требуется определить длину периода купона:

ДНЕЙКУПОН («5.09.97»; «10.09.99»; 2; 1) = 184 дня.

Функция ДАТАКУПОНДО определяет последнюю дату выплаты купона, предшествующую покупке ценной бумаги.

Функция ДНЕЙКУПОНДО определяет количество дней, прошедших от момента платежа до даты покупки ЦБ.

За указанное время идет накопление купонного дохода, который влияет на цену покупки (курс) облигации.

Функция ДНЕЙКУПОНПОСЛЕ определяет дату оплаты купона, следующую за датой приобретения ценной бумаги.

Функция ЧИСЛКУПОН рассчитывает количество купонов, которые могут быть оплачены между датой покупки и датой погашения ценной бумаги, округленное до ближайшего целого количества купонов.

Расчет цены и доходности для облигаций с периодической выплатой процентов

Функция ДОХОД рассчитывает доходность вложений в ценные бумаги в виде годовой ставки сложных процентов.

При расчете учитывается количество периодов купонных выплат и накопленный купонный доход от момента последней оплаты купона до даты приобретения.

ПРИМЕР 55

Облигации приобретены 5.10.97 по курсу 90 руб. и имеют купонный доход в размере 10%. Купонные выплаты производятся дважды в год. Дата погашения облигации — 15.10.99 по курсу 100 руб.

Требуется определить доходность по облигации:

ДОХОД («5.10.97»; «15.10.99»; 0,1; 90; 100) = 16%.

Функция ЦЕНА рассчитывает курс (цену покупки) ценной бумаги с периодическими купонными выплатами.

ПРИМЕР 56

Требуется определить курс покупки облигации на 5.10.98, которая будет погашена 10.12.2000 по номиналу 100 руб. Купонные выплаты производятся раз в полгода по ставке 8% годовых. Ставка дисконтирования равна 12%, базис расчета — 1:

ЦЕНА («5.10.98»; «10.12.00»; 0,08; 0,12; 100; 2; 1) = 92,49 руб.

Функция НАКОПДОХОД. Купонный доход накапливается в интервале между купонными выплатами. Функция НАКОПДОХОД вычисляет накопленный на момент приобретения ценной бумаги купонный доход (сумму). Величина накопленного дохода по облигации зависит от даты покупки (даты соглашения) облигации. Чем позже куплена облигация от момента выплаты предыдущего купона, тем больше величина накопленного купонного дохода.

Дата соглашения должна быть меньше даты первой выплаты, иначе возвращается значение ошибки вычисления.

Расчет параметров для облигаций с выплатой процентов и номинала в момент погашения

Функция ДОХОДПОГАШ рассчитывает доходность облигации (в виде годовой ставки сложных процентов) с выплатой процентов и номинала в момент погашения.

Функция ЦЕНАПОГАШ вычисляет цену облигации за 100 руб. нарицательной стоимости (курс покупки облигации) с выплатой процентов и номинала в момент погашения.

Функция НАКОПДОХОДПОГАШ вычисляет сумму накопленного купонного дохода по ценным бумагам за весь период их действия (выплата производится в момент погашения ценной бумаги).

6.5
ДОХОДНОСТЬ АКЦИЙ

> *Акция* — это эмиссионная ценная бумага, закрепляющая права ее владельца (акционера) на получение части прибыли акционерного общества в виде дивидендов, на участие в управлении акционерным обществом и на часть имущества, остающегося после его ликвидации.

В отличие от облигаций по акциям вам никто не будет гарантировать возврат тех средств, которые вы в них инвестировали: вы можете как получить существенный прирост ваших средств, так и потерять большую их часть. Вот почему акция — инвестиционный инструмент более рискованный, чем облигация. С другой стороны, в отличие от облигаций потенциальная доходность акций неограниченна, так как определяется ростом фондовых котировок и выплачиваемыми дивидендами. Вследствие этого доходность может достигать уровня 50% в год и более.

Доходность акций — это отношение прибыли, приходящейся на одну акцию, к ее рыночной стоимости. Соответственно эта величина прямо пропорциональна росту курса акции и размеру дивиденда. Для держателей акций наиболее важной частью дохода является изменение рыночной цены. *Обыкновенные акции*, в связи с отсутствием фиксированных дивидендов, всегда обращаются по ценам, включающим ожидание дивидендов.

Дивидендная доходность акций исчисляется в процентах и представляет собой отношение дивиденда на акцию к рыночной стоимости акций. Перспективная дивидендная доходность рассчитывается как отношение ожидаемых дивидендов на акцию к текущей рыночной цене акции. Ожидаемый дивиденд может прогнозироваться в зависимости от размера выплаченных промежуточных дивидендов. И хотя дивиденды менее значимы относительно роста цены акции, инвесторы ожидают, что компания будет придерживаться четкой дивидендной политики, и эмитенты стараются оправдать эти ожидания.

Ключевая проблема расчета дивидендной доходности вложений в акции — невозможность предсказать прибыль текущего финансового года компании-эмитента по сравнению с предыдущими периодами.

На курс акций и дивидендную политику влияет огромное количество факторов, и колебания здесь могут быть настолько значительными, что это может приводить к серьезным потерям средств инвестора. Вследствие этого мы рекомендуем читателю, который интересуется вопросами инвестирования средств в фондовые рынки (в частности, рынки акций), обратиться к обширной специальной литературе по этому вопросу либо в надежную инвестиционную компанию, которая может оказать профессиональную помощь в грамотном и разумно рисковом размещении средств.

ГЛАВА 7

ОЦЕНКА РЫНОЧНОГО РИСКА

Инвестиции неизбежно сопряжены с рисками. Однако природа финансовых рисков различна. Именно поэтому существует своя стратегия защиты от каждого типа рисков.

Рассмотрим риски, с которыми сталкивается инвестор.

Инфляционный риск подразумевает риск обесценения ваших сбережений в силу инфляции. Так, инвестируя в инструменты с доходностью ниже уровня инфляции, вы будете постепенно терять свои сбережения. Чем дольше срок инвестиций, тем выше инфляционный риск. Именно поэтому так важно обеспечить максимальную доходность портфеля с допустимым для вас уровнем следующего, рыночного риска. Чтобы минимизировать инфляционный риск, необходимо инвестировать свободные средства в те инструменты, которые способны обеспечить доходность на уровне или выше инфляции.

Валютный риск связан с возможным колебанием валютных курсов для тех валют, в которых сделаны инвестиции. Так, например, высокодоходные инвестиции в долларах США могут оказаться в итоге убыточными в результате возможного сильного падения американской валюты по отношению к рублю. Именно поэтому для достижения задуманных целей желательно размещать свои сбережения в разных валютах. Также можно использовать так называемые производные финансовые инструменты (фьючерсы, опционы).

Рыночным называют риск непредсказуемых изменений в экономике, которые могут как негативно, так и положительно сказаться на доходности ваших сбережений.

Рыночный риск — самый комплексный и сложный среди всех перечисленных типов рисков. Рассмотрим, как он проявляется и как его можно рассчитать.

7.1
ОЦЕНКА РЫНОЧНОГО РИСКА НА ПРИМЕРЕ ОБЛИГАЦИИ

Наиболее существенным фактором риска при инвестировании в облигации служит изменение учетных ставок.

Учетная ставка — это ориентир для инвесторов в отношении инфляции и ситуации в экономике. Снижая учетную ставку, центральные банки разных стран стараются активизировать потребление в экономике, т. е. стимулируют ее рост и развитие. В то же время это может приводить к росту инфляции вследствие увеличения объема доступных финансовых средств.

Смысл рыночного риска, связанного с учетной ставкой, заключается в том, что вы, как инвестор, покупаете облигацию с установленным купоном и рассчитываете на определенный доход по облигации. При увеличении учетной ставки вновь эмитируемые на финансовые рынки облигации получат более высокий купонный доход, чем приобретенная облигация. В результате вы окажетесь в проигрыше, так как ваша облигация будет менее доходна, чем те, которые выпущены в период высоких учетных ставок. Таким образом, процентный риск (наряду с риском дефолта эмитента облигации) является основным для держателей облигаций.

Характеристикой процентного риска служит эластичность. *Эластичность* задается величиной $\frac{\partial P}{\partial i}$ и указывает на то, насколько сильно стоимость облигации зависит от изменения учетной (процентной) ставки. Высокое значение показателя эластичности указывает на значительный рыночный риск инвестора.

Допустим, имеется облигация со следующими параметрами:

N — номинал облигации;
g — купонный доход;

p — частота купонных выплат (для упрощения принимаем $p = 1$);

n — срок погашения облигации;

P — стоимость облигации.

Рассчитаем значение показателя эластичности $\dfrac{\partial P}{\partial i}$ для указанной облигации.

Стоимость облигации равна сумме всех дисконтированных доходов по облигации:

$$P = \frac{Ng}{(1+i)} + \frac{Ng}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{Ng}{(1+i)^n} + \frac{N}{(1+i)^n},$$

или

$$P = Ng\left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \ldots + (1+i)^{-n}\right] + N(1+i)^{-n};$$

$$\frac{\partial P}{\partial i} = Ng\left[-(1+i)^{-2} - 2(1+i)^{-3} + \ldots - n(1+i)^{-n-1}\right] - nN(1+i)^{-n-1}.$$

Вынесем множитель $-(1 + i)^{-1}$ в правой части выражения за скобки:

$$\frac{\partial P}{\partial i} = -\frac{1}{(1+i)}\left[\frac{Ng}{(1+i)}1 + \frac{Ng}{(1+i)^2}2 + \ldots + \frac{Ng+N}{(1+i)^n}n\right].$$

Запишем выражение в квадратных скобках как

$$\frac{\partial P}{\partial i} = -\frac{1}{(1+i)}\sum_{j=1}^{n}\frac{t_j S_j}{(1+i)^{t_j}},$$

или

$$\frac{\partial P}{\partial i} = -\frac{1}{(1+i)}\sum_{j=1}^{n} t_j S_j \nu^{t_j}, \qquad (7.1)$$

где $\nu = \dfrac{1}{1+i}$ — множитель дисконтирования.

Поделим и умножим правую часть уравнения (7.1) на $\sum\limits_{j=1}^{n} S_j \nu^{t_j}$.

$$\frac{\partial P}{\partial i} = -\frac{1}{(1+i)} \frac{\sum_{j=1}^{n} t_j\, S_j\, \nu^{t_j}}{\sum_{j=1}^{n} S_j\, \nu^{t_j}} \sum_{j=1}^{n} S_j\, \nu^{t_j}\ . \qquad (7.2)$$

Дробное выражение $\dfrac{\sum_{j=1}^{n} t_j\, S_j\, \nu^{t_j}}{\sum_{j=1}^{n} S_j\, \nu^{t_j}}$ в правой части формулы (7.2) называют *длительностью* (*duration*), т. е.

$$Duration = \frac{\sum_{j=1}^{n} t_j\, S_j\, \nu^{t_j}}{\sum_{j=1}^{n} S_j\, \nu^{t_j}}\,. \qquad (7.3)$$

Стоимость облигации равна сумме дисконтированного потока доходов, который может быть получен в результате приобретения указанного финансового инструмента, т. е.

$$P = \sum_{j=1}^{n} S_j\, \nu^{t_j}\ . \qquad (7.4)$$

После подстановки в формулу (7.2) обозначений (7.3) и (7.4) получаем

$$\frac{\partial P}{\partial i} = -\frac{1}{1+i}\, Duration\ P. \qquad (7.5)$$

Из формулы (7.5) следует, что величина *Duration* напрямую определяет степень эластичности финансового инструмента.

На диаграмме приведен график, иллюстрирующий динамику изменения стоимости облигаций, имеющих разную величину *Duration*, при изменении учетной ставки (рис. 11).

Для упрощения формулы (7.5) введем следующее обозначение:

$$MD = \frac{Duration}{1+i}. \qquad (7.6)$$

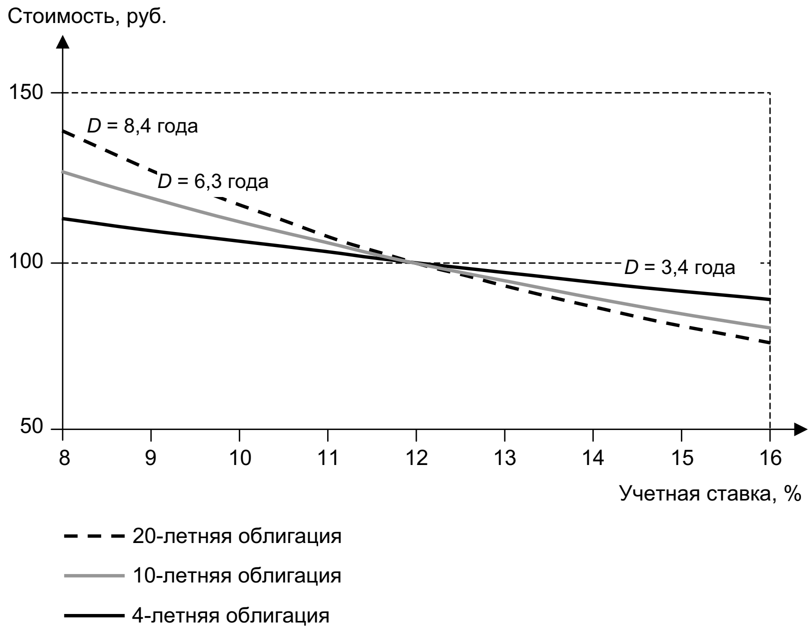


Рис. 11. Диаграмма зависимости стоимости облигаций разной длительности от учетной ставки

Величина MD называется *модифицированной длительностью.* Тогда формула (7.5) примет вид

$$\frac{\partial P}{\partial i} = -MD\,P\,. \tag{7.7}$$

Модифицированная длительность для облигаций с количеством купонных выплат p раз в году

$$MD = \frac{Duration}{1+\dfrac{i}{p}}\,. \tag{7.8}$$

Выражение (7.7) можно переписать:

$$\partial P = -MD\,P\,\partial i\,. \tag{7.9}$$

Модифицированная длительность определяет степень изменения стоимости финансового инструмента при небольших колебаниях рыночных ставок, что характеризует уровень рыночного риска инвестора.

В расчете на единицу номинала изменение стоимости финансового инструмента составит

$$\frac{\partial P}{P} = -MD\,\partial i\,. \tag{7.10}$$

В единицах курсовой стоимости формулу (7.9) можно записать в следующем виде:

$$\partial P_k = -MD\,P_k\,\partial i\,. \tag{7.11}$$

ПРИМЕР 57

Курс пятилетней облигации в момент эмиссии составляет 95 руб. Выплаты купонного дохода по ставке 10% производятся ежегодно. Учетная ставка — 14,6%.

Требуется рассчитать, как повышение учетной ставки на 0,2% повлияет на курс данной облигации.

Используя формулу (7.2), определим длительность облигации:

$$Duration =$$

$$= \frac{\left(\frac{100\cdot 0{,}1}{(1+0{,}146)^1}\,1+\frac{10}{1{,}146^2}\,2+\frac{10}{1{,}146^3}\,3+\frac{10}{1{,}146^4}\,4+\frac{10}{1{,}146^5}\,5\right)+\frac{100}{1{,}146^5}\,5}{95}.$$

$$Duration = \frac{345{,}33}{95} = 3{,}64 \text{ года.}$$

$$MD = \frac{3{,}64}{1+0{,}146} = 3{,}17 \text{ года.}$$

Подставим найденные значения в формулу (7.9)

$$\Delta P = -3{,}17\cdot 95\,\frac{0{,}002}{100} = 0{,}0063\,.$$

При повышении рыночной ставки на 0,2% снижение курса облигации составит 0,6%, т. е. новое значение курса составит 94,4 руб.

7.2
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФИНАНСОВЫХ ФУНКЦИЙ *MS EXCEL* ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ПО ОЦЕНКЕ РЫНОЧНОГО РИСКА ДЛЯ ОБЛИГАЦИЙ

Для обоснования выбора ценных бумаг оценивается риск инвестиций, который связан со сроком действия ценных бумаг.

Функция ДЛИТ определяет продолжительность действия ценных бумаг с периодическими выплатами процентов как среднее взвешенное текущих купонных выплат и номинала.

Функция МДЛИТ определяет модифицированную длительность для ценных бумаг с нарицательной стоимостью 100 руб.

7.3
ОЦЕНКА РЫНОЧНОГО РИСКА ДЛЯ АКЦИЙ

Рыночный риск акций проявляется в колебаниях их рыночной стоимости: чем выше неопределенность в отношении компании-эмитента, экономической ситуации, тем выше колебания цен конкретной акции, т. е. тем выше уровень ее риска.

Основной показатель рыночного риска для акции — стандартное отклонение, или *волатильность*. Измерить ее можно по формуле

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{\left(n-1\right)}},$$

где x_i — значение цены акции за определенный период;

$\overline{x}$ — средняя доходность акции;

n — количество наблюдений, значений доходности.

Визуально волатильность можно оценить, посмотрев на график динамики цен той или иной акции. Например, если взять статистику по акциям двух компаний за 2009 г. (см. рис. 12), видно, что уровень колебаний цены Компании 2 значительно ниже, чем у Компании 1. Именно поэтому, даже не определив точное зна-

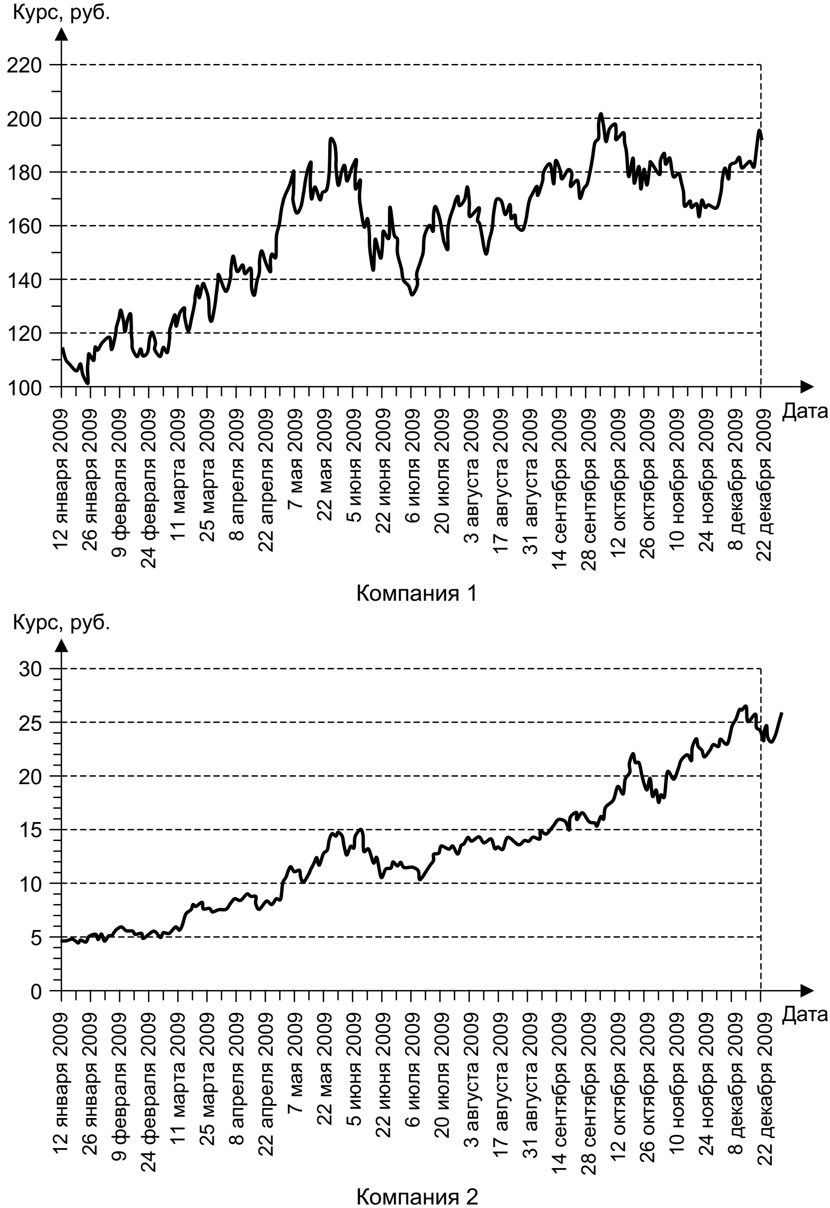


Рис. 12. Статистика по акциям компаний за 2009 г.

чение волатильности для компаний 1 и 2, можно сказать, что акция Компании 2 обладает меньшим рыночным риском, чем акция Компании 1.

Уровень рыночного риска также можно оценить и с помощью *коэффициента бета* (β), который показывает, насколько инвестиции в ту или иную акцию более или менее рискованны, чем инвестиции в индекс акций российского рынка. Иными словами, коэффициент бета показывает, насколько уровень риска по той или иной акции выше или ниже среднерыночного:

- при $\beta = 1$ — акция будет следовать за подъемами и падениями рынка в отношении 1 : 1;
- $\beta < 1$ — акция компании будет падать и расти в меньшей степени, чем рынок, т. е. уровень риска по данной акции ниже, чем по рынку в целом;
- $\beta > 1$ — акция компании будет падать больше рынка во время падения, но зато будет расти сильнее рынка во время его роста, т. е. инвестиции в данную акцию более рискованны, чем инвестиции в индекс российского рынка акций.

Бета-коэффициент рассчитывается по формуле

$$\beta_a = \frac{\mathrm{Cov}\left(r_a, r_m\right)}{D\left(r_m\right)},$$

где Cov — ковариация;

r_a — доходность акции компании;

r_m — доходность рынка (для российского рынка чаще всего используется *индекс ММВБ*);

D — дисперсия.

Методы расчета ковариации и дисперсии детально изложены в книгах по математической статистике.

Сравним динамику цены акции компании с индексом ММВБ, который отражает рыночный риск российского рынка (рис. 13).

Как видно, акция компании идет практически вровень с рынком (индексом ММВБ). Начиная с марта 2009 г., цена на акцию компании колебалась несколько меньше, чем индекс ММВБ. Из этого следует, что коэффициент бета для акции компании

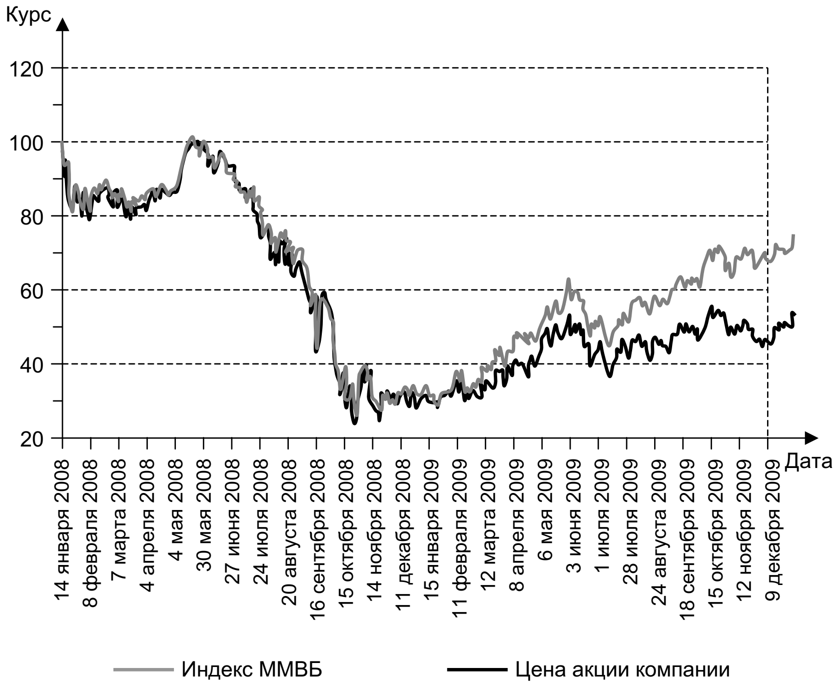


Рис. 13. Динамика цены акции компании и индекс ММВБ

близок к единице. Иными словами, уровень риска инвестиций в акцию компании сопоставим со среднерыночным.

Исчерпывающую информацию о рисках вложения в акции заинтересованный читатель сможет получить из многочисленной литературы, посвященной фондовому рынку.

ГЛАВА 8

АНАЛИЗ ПОРТФЕЛЯ АКТИВОВ

8.1 ПОНЯТИЕ ДИВЕРСИФИКАЦИИ ПОРТФЕЛЯ

Как правило, все успешные инвесторы диверсифицируют свои вложения, т. е. распределяют финансовые средства по нескольким видам активов и тем самым создают портфель активов.

Портфель активов подразумевает распределение накоплений инвестора по разным классам активов и разным инвестиционным инструментам для минимизации возможных убытков из-за колебаний цен на тот или иной финансовый актив.

Однако диверсификация требует определенной комбинации активов в портфеле, а не хаотичного набора разных активов, таких как акции, облигации, драгоценные металлы, недвижимость. Грамотно составленный с точки зрения диверсификации инвестиционный портфель должен обладать более низким риском, чем средний арифметический риск всех входящих в портфель активов. Отличие простой комбинации разных видов активов и портфелирования заключается в том, что в портфеле риски одного инструмента полностью или частично компенсируют риски другого актива из-за низкой, а порой нулевой или даже отрицательной корреляции между этими инструментами. Таким образом, при одном и том же значении доходности портфель и простое сочетание разных инструментов будут различаться по уровню риска: риск портфеля будет ниже.

В то же время при одном и том же уровне риска доходность портфеля будет выше, чем для простого сочетания инструментов. Таким образом, портфель — это наиболее эффективное сочетание различных инвестиционных инструментов, позволяющее получить максимальную доходность при заданном уровне риска, либо минимальный риск при заданной доходности.

В то же время не все риски можно диверсифицировать. Существует два вида рисков: *систематический* и *несистематический*. Первый тип риска, также именуемый как рыночный, не устраняется диверсификацией, он связан с общими колебаниями рынка, а не конкретной ценной бумагой. Несистематический риск, наоборот, характерен лишь для отдельной компании, либо сегмента, и его можно устранить диверсификацией портфеля за счет включения в него инструментов, имеющих слабую корреляцию с данной бумагой или сегментом. Портфельная теория работает именно с несистематическими рисками.

Портфельная теория базируется на количественных методах оценки риска и доходности при формировании инвестиционного портфеля.

Данная теория предполагает следующие *основные этапы формирования портфеля активов*.

1. Оценка активов по доходности и уровню риска.
2. Распределение активов (отбор инвестиционных инструментов и определение пропорций, в которых средства инвестора будут распределены между отобранными активами).
3. Оптимизация портфеля (корректировка соотношения пропорций портфеля для максимизации доходности при заданном риске либо минимизации риска при заданной доходности).
4. Оценка доходности, систематического и несистематического рисков по каждому инструменту, оценка качества диверсификации.

Когда портфель составлен, он подвергается периодическому пересмотру в зависимости от фактических доходности и риска составляющих его компонент. При этом изменение структуры портфеля означает изменение распределения средств между инструментами, а изменение состава портфеля — удаление некоторых имеющихся активов из портфеля и внесение новых исходя из динамики внешних факторов либо изменения представлений инвестора об уровне доходности или риска портфеля.

Рассмотрим базовые подходы к анализу доходности и риска портфеля ценных бумаг, которые могут использоваться для оценки показателей портфеля, включающего любые виды активов.

8.2
ДОХОДНОСТЬ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

Для расчета доходности портфеля ценных бумаг необходимо определить внутреннюю норму доходности по операциям (*IRR — internal rate of return*), связанным с вложением средств в приобретение активов и с получением доходов.

Чистый приведенный доход от инвестиций средств в портфель ценных бумаг равен

$$NPV = \sum_{l=1}^{m} \frac{S_l}{(1+i)^{\Delta t_l}} - \sum_{i=1}^{n} Q_i P_i \ , \tag{8.1}$$

где S_l — доход, получаемый от владения портфелем ценных бумаг;

Q_i — количество ценных бумаг типа i (например, акций, облигаций и т. д.);

P_i — стоимость ценных бумаг типа i.

Доходность портфеля ценных бумаг определяем исходя из условия $NPV = 0$.

Но можно рассчитать доходность портфеля активов и проще. Так, существуют приближенные методы оценки полной доходности портфеля облигаций.

Простейший способ приближенной оценки доходности портфеля заключается в том, что сначала вы определяете все виды активов, которые содержатся в портфеле (акции, недвижимость, облигации, наличность, золото и т. д.). Далее необходимо рассчитать доходность каждого отдельно взятого типа активов. Затем остается рассчитать средневзвешенную доходность всего портфеля, зная долю вложенных в каждый актив средств в общий объем инвестиций в портфеле.

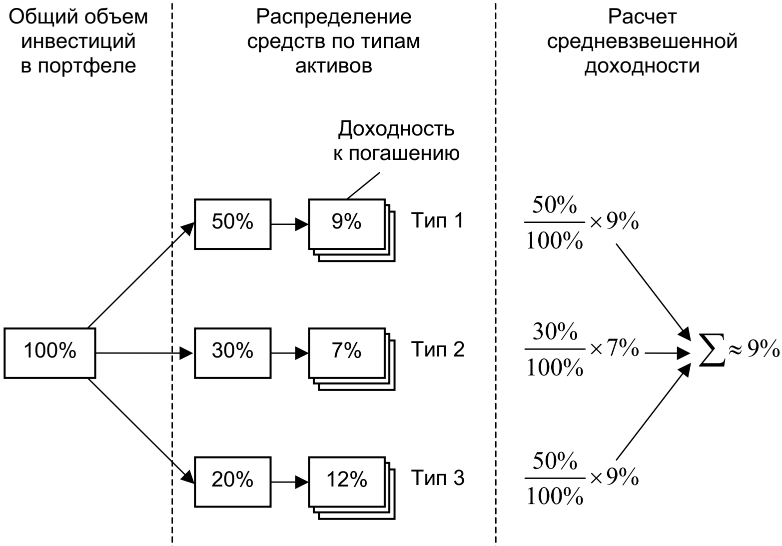


Рис. 14. Оценка доходности портфеля ценных бумаг

Предположим, что доля ценных бумаг типа 1 с доходностью 9% в общей стоимости портфеля составляет 50%, типа 2 с доходностью 7% — 30% и типа 3 с доходностью 12% — 20%.

Данный пример проиллюстрирован на рис. 14.

Средневзвешенная доходность портфеля составит

$$I = W_a i_a + W_b i_b + W_c i_c = 0{,}5 \cdot 0{,}09 + 0{,}3 \cdot 0{,}07 + 0{,}2 \cdot 0{,}12 = 0{,}09,$$

или 9%,

где I — средневзвешенная доходность портфеля;

W_a, W_b, W_c — доля средств, вложенных в каждый тип ценных бумаг;

i_a, i_b, i_c — доходность ценных бумаг каждого типа.

В общем виде средневзвешенная доходность портфеля ценных бумаг рассчитывается по формуле

$$I = \sum_{i=1}^{n} W_i i_i \,. \tag{8.2}$$

Доля определенного вида ценных бумаг в портфеле находится из следующего соотношения:

$$W_i = \frac{Q_i P_i}{\sum_{i=1}^{n} Q_i P_i}, \qquad (8.3)$$

где Q_i — количество ценных бумаг типа i;

P_i — текущая стоимость ценных бумаг типа i.

Случай из жизни. Маргарита — частный инвестор, обладатель некрупного портфеля, копила на первоначальный взнос по автокредиту, используя следующие виды активов: недвижимость, акции и облигации. Текущая стоимость ее портфеля — 40 620 руб. Все ее активы вложены в различные виды ПИФов — паевых инвестиционных фондов, причем бóльшая часть (около 67%) инвестирована в ПИФ недвижимости, около 12% — в фонд акций и оставшиеся средства — в фонд облигаций. Маргарита инвестировала свои накопления в начале ноября 2008 г., а через год решила провести анализ полученных результатов:

Вид актива	**Сумма, руб.**	**Доля в портфеле, %**	**Доходность, % годовых (с ноября 2008 по ноябрь 2009 г.)**	**Средневзвешенная доходность, %**
ЗПИФН «Арсагера — жилые дома»	27 128,1	66,78475	–31	–20,70
ОПИФА «Альфа-Капитал Акции»	4 871,4	11,99256	46	5,56
ОПИФО «Альфа-Капитал Облигации Плюс»	8 620,7	21,22269	23	4,83
Средневзвешенная рентабельность всех активов, %				–10,31

Как можно видеть, доходность портфеля за прошедший год — отрицательна.

Доходность портфеля необходимо сопоставлять с рядом значений, чтобы иметь возможность как-то оценить полученный результат. Прежде всего имеет смысл сравнить полученный результат с уровнем инфляции. Например, если ваш портфель обеспечивает доход в 15% годовых, то при инфляции в 20% годовых эти инвестиции не принесут позитивного финансового результата. Далее можно сравнить доходность портфеля с некоторым эталоном, на который вы ориентируетесь. Это может быть индекс фондового рынка (например, для российского инвестора, вложившего капитал в российские акции, это может быть индекс ММВБ). Если ваш портфель не обеспечивает тех же результатов, что и эталон, на который вы ориентировались, значит, управление портфелем было не слишком эффективным.

Что делать, если финансовые результаты от вложений в портфель активов не устраивают инвестора? Его необходимо пересмотреть. Для этого нерентабельные активы реализуются, а полученные средства инвестируется в потенциально более доходные активы.

Подробные рекомендации по управлению инвестиционным портфелем можно почерпнуть в многочисленной специализированной литературе.

8.3
ОЦЕНКА РЫНОЧНОГО РИСКА ДЛЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

Степень рыночного риска портфеля ценных бумаг определяется его длительностью. Точное значение длительности портфеля рассчитывается по формуле

$$Duration = \frac{\sum_{j=1}^{n} t_j\, S_j\, \nu^{t_j}}{\sum_{j=1}^{n} S_j\, \nu^{t_j}}. \tag{8.4}$$

Для оценки средневзвешенного значения длительности портфеля ценных бумаг рассчитывают *Duration* по каждому типу активов, а затем суммируют средневзвешенные значения *Duration* по объему вложенных в каждый актив средств:

$$Duration = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{Q_\Sigma} Duration_i \,, \qquad (8.5)$$

где Q_i — суммарная стоимость ценных бумаг типа i;
Q_Σ — общая стоимость портфеля ценных бумаг;
$Duration_i$ — длительность ценных бумаг типа i.

Помимо описанных в предыдущей главе стандартного отклонения и коэффициента бета уровень риска портфеля можно также оценить с помощью коэффициента Шарпа.

> *Коэффициент Шарпа* позволяет оценить, какую дополнительную доходность по сравнению с инвестициями в безрисковый актив может получить инвестор и какой риск он должен принять на себя в обмен на этот дополнительный доход.

Формула коэффициента Шарпа имеет вид

$$S = \frac{E\left(R - R_f\right)}{\sqrt{Var\left(R - R_f\right)}} \,,$$

где R — доходность портфеля;
R_f — доходность от инвестиций в безрисковый актив (например, государственные облигации);
$E(R - R_f)$ — математическое ожидание;
$Var(R - R_f)$ — вариация значений доходности портфеля.

Чем выше значение коэффициента Шарпа, тем более эффективным считается портфель.

Случай из жизни. Николай решил разместить накопления в ПИФе акций. На основании сведений, полученных в Интернете, он выбрал два варианта ПИФов — «Петр Столыпин» и «Райффайзен-Акции». Исходя из доходности за прошедшие годы ПИФ «Райффайзен-Акции» представлялся Николаю более интересным. Однако, оценив коэффициент волатильности, беты и Шарпа по обоим фондам, Николай пришел к выводу о том, что фонд «Петр Столыпин» имеет меньший уровень риска (коэффициент волатильности ниже), а также более эффективно управляется менеджерами управляющей компании (коэффициент Шарпа выше). Также следует отметить, что фонд «Петр Столыпин» имеет меньший уровень риска по отношению к рынку, чем фонд «Райффайзен-Акции». Поэтому Николай, предпочитая менее рискованный фонд с более эффективным с точки зрения коэффициента Шарпа управлением, выбрал фонд «Петр Столыпин».

Фонд	**Коэффициент Шарпа**	**Волатильность, %**	**β-коэффициент к индексу ММВБ**	**Доходность за три года, %**	**Доходность за один год, %**	**Доходность с начала года, %**
Петр Столыпин, ОФГ ИНВЕСТ *(Deutsche UFG Capital Management)*	–0,077	10,18	0,840	1,20	100,43	87,35
Райффайзен-Акции, Райффайзен-Капитал	–0,139	11,43	0,996	–27,66	121,70	110,91

Еще раз отметим, что риск и доходность портфеля имеют прямую зависимость: чем выше потенциальная доходность, тем выше риск такого портфеля. Однако с помощью грамотной диверсификации портфеля и его периодического анализа по риску и доходности вполне можно поддерживать максимально эффективное для вашей финансовой ситуации и склонности к риску соотношение «риск — доходность».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ознакомившись с основными принципами финансовых расчетов, можно с уверенностью утверждать, что большая часть формул и примеров применима как в профессиональной деятельности, так и в повседневной жизни человека. В банке вам неизбежно потребуется знание о простых и сложных процентах, чтобы выбрать подходящий депозит, а для выбора кредита придется воспользоваться знаниями по финансовым рентам. Эти же знания пригодятся, когда вы будете прикидывать, сколько нужно инвестировать в ПИФы или программы добровольного пенсионного обеспечения, чтобы накопить средства на крупную покупку или обеспечить себе высокую пожизненную пенсию.

В то же время знания об управлении долгосрочной задолженности помогут правильно определить сумму, срок и способ погашения кредита, а также сориентироваться, для какого вида кредита досрочное погашение станет наиболее эффективным. Кроме того, составив план погашения долгосрочной задолженности в рамках автомобильного кредита, потребительского кредита, а тем более ипотеки, вы сможет избежать просрочек или неплатежей.

В наше время финансовые рынки стремительно развиваются, появляются все новые варианты для размещения свободных средств. В этих условиях крайне важна способность оценить, насколько ваши инвестиционные стратегии в отношении акций, облигаций, депозитов эффективны и соответствуют той цели, ради которой вы их осуществляете, а также вашей склонности к риску. Не менее важным становится умение формировать инвестиционный портфель, поддерживая соотношение «риск — доходность» на приемлемом для вас уровне.

Авторы надеются на то, что вы сможете возвращаться к данной книге неоднократно, по мере возникновения потребности в совершении практических финансовых действий. Неважно, какова ваша профессия: с вероятностью, близкой к 100%, ваша жизнь так или иначе будет пересекаться с финансами, а значит, и с финансовыми расчетами.

СПИСОК ТЕРМИНОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЙ

EURIBOR — средневзвешенная процентная ставка по межбанковским кредитам, предоставляемым в евро. Определяется с 30 декабря 1998 г. при поддержке Европейской банковской федерации, представляющей интересы кредитных учреждений в странах — членах Евросоюза, а также Исландии, Норвегии, Швейцарии и Ассоциации финансовых рынков. Расчет и публикация ставки выполняется компанией *Reuters* ежедневно в 11:00 по Центрально-европейскому времени на основании данных, предоставляемых несколькими десятками банков с первоклассным рейтингом. Перечень котируемых банков регулярно пересматривается на соответствие высоким рейтинговым требованиям. Подсчет ставки идет для различных сроков — от одной недели до 12 месяцев.

LIBOR — средневзвешенная процентная ставка по межбанковским кредитам, предоставляемым банками, выступающими на лондонском межбанковском рынке с предложением средств в разных валютах и на разные сроки — от одного дня до 12 месяцев. Ставка фиксируется Британской банковской ассоциацией начиная с 1985 г. ежедневно в 11:00 по западноевропейскому времени на основании данных, предоставляемых избранными банками.

Microsoft Excel (*Microsoft Office Excel)* — программа для работы с электронными таблицами, созданная корпорацией *Microsoft* для *Microsoft Windows*, *Windows NT* и *Mac OS*. Она предоставляет возможности проведения экономико-статистических расчетов, содержит инструменты построения графиков и диаграмм. *Microsoft Excel* входит в состав *Microsoft Office* и на сегодняшний день является одним из наиболее популярных программных приложений.

Акции обыкновенные дают право на участие в управлении обществом и участвуют в распределении прибыли акционерного общества. Источником выплаты дивидендов по обыкновенным акциям является чистая прибыль общества. Размер дивидендов определяется советом директоров предприятия и рекомендуется общему собранию акционеров, которое может только уменьшить размер дивидендов относительно рекомендованного советом директоров.

Акции привилегированные могут вносить ограничения на участие в управлении, но приносят постоянные дивиденды.

Государственные облигации (англ. *government bonds)* — ценная бумага, эмитированная с целью покрытия бюджетного дефицита от имени правительства или местных органов власти, но обязательно гарантированная правительством.

Депозитный сертификат — именная ценная бумага, удостоверяющая сумму депозита, внесенного в банк, и права вкладчика (держателя сертификата) на получение по истечении установленного срока суммы депозита и обусловленных в сертификате процентов.

Доверительное управление — по договору доверительного управления имуществом одна сторона (учредитель управления) передает другой стороне (доверительному управляющему) на определенный срок имущество в доверительное управление, а другая сторона обязуется осуществлять управление этим имуществом в интересах учредителя управления или указанного им лица (выгодоприобретателя). Передача имущества в доверительное управление не влечет перехода права собственности на него к доверительному управляющему.

Инвестирование — процесс накопления денежных средств либо создание активов, которые приносят прибыль.

Индекс ММВБ — ценовой, взвешенный по рыночной капитализации композитный фондовый индекс, включающий 30 наиболее ликвидных акций российских эмитентов, входящих в листинг Фондовой биржи ММВБ (ФБ ММВБ). Индекс ММВБ является одним из основных индикаторов российского фондового рынка и рассчитывается с 22 сентября 1997 г. (базовое значение 100 пунктов).

Инфляция (лат. *inflatio* — вздутие) — процесс уменьшения стоимости денег, в результате которого на одинаковую сумму денег через некоторое время можно купить меньший объем товаров и услуг. На практике это выражается в увеличении цен.

Ипотека — заем денег под залог недвижимого имущества, которое остается во владении и пользовании собственника. В случае неисполнения основного обязательства (невозвращения занятых денег) на недвижимое имущество обращается взыскание, имущество продается, а полученные денежные средства от его реализации направляются на погашение основного обязательства.

Следует различать понятия «ипотека» и «ипотечное кредитование», при котором кредит выдается банком под залог недвижимого имущества. Ипотечный кредит — одна из составляющих ипотечной системы. При получении кредита на покупку недвижимого имущества сама приобретаемая недвижимость поступает в ипотеку (залог) банку как гарантия возврата кредита.

Ипотекой является также залог уже существующего недвижимого имущества собственника для получения им кредита или займа, которые будут направлены либо на ремонт или строительство, либо на иные нужды по усмотрению заемщика-залогодателя.

Казначейские векселя — государственные ценные бумаги, представляющие долгосрочные государственным обязательства. Впервые выпущены в 1877 г. в Великобритании, казначейские векселя относятся, как правило, к рыночным ценным бумагам. Выпускаются сроком на 3, 6 и 12 месяцев (в Великобритании — на 91 день), обычно на предъявителя; не имеют процентных купонов. Реализуются преимущественно среди банков со скидкой с номинала, а выкупаются по полной нарицательной стоимости.

Кредитная история — информация, состав которой определен Федеральным законом от 30 декабря 2004 г. № 218-ФЗ «О кредитных историях» и которая характеризует исполнение заемщиком принятых на себя обязательств по договорам займа (кредита) и хранится в бюро кредитных историй.

Негосударственный пенсионный фонд (НПФ) — особая организационно-правовая форма некоммерческой организации социального обеспечения, исключительными видами деятельности которой являются:

- деятельность по негосударственному пенсионному обеспечению участников фонда в соответствии с договорами негосударственного пенсионного обеспечения (НПО);
- деятельность в качестве страховщика по обязательному пенсионному страхованию в соответствии с Федеральным законом от 15 декабря 2001 г. № 167-ФЗ «Об обязательном пенсионном страховании в Российской Федерации» и договорами об обязательном пенсионном страховании (ОПС);
- деятельность в качестве страховщика по профессиональному пенсионному страхованию в соответствии с Федеральным законом и договорами о создании профессиональных пенсионных систем.

Работа негосударственного пенсионного фонда аналогична работе Пенсионного фонда РФ. Негосударственный пенсионный фонд, так же как ПФР, аккумулирует средства пенсионных накоплений, организует их инвестирование, учет, назначение и выплату накопительной части трудовой пенсии. НПФ осуществляют деятельность на основании Федерального закона от 7 мая 1998 г. № 75-ФЗ «О негосударственных пенсионных фондах».

Паевой инвестиционный фонд (ПИФ) — имущественный комплекс, без образования юридического лица, основанный на доверительном управлении имуществом фонда специализированной управляющей компании с целью увеличения стоимости имущества фонда. Цель создания ПИФа — получение прибыли на объединенные в фонд активы и распределение полученной прибыли между инвесторами (пайщиками) пропорционально количеству паев. Инвестиционный пай (пай) — это именная ценная бумага, удостоверяющая право его владельца на часть имущества фонда, а также погашения (выкупа) принадлежащего пая в соответствии с правилами фонда. Инвестиционные паи, таким образом, удостоверяют долю инвестора в имуществе фонда и право инвестора получить из паевого инвестиционного фонда денежные средства, соответствующие этой доле, т. е. погасить паи по текущей стоимости. Каждый инвестиционный пай предоставляет его владельцу одинаковый объем прав. Учет прав владельцев инвестиционных паев (реестр) ведется независимой организацией, ведущей реестр владельцев паев.

Учетная ставка (англ. *discount rate)* — это сумма, указанная в процентном выражении к величине денежного обязательства (векселя), которую взимает приобретатель обязательства. Фактически учетная ставка — это цена, взимаемая за приобретение обязательства до наступления срока уплаты. Как и процентная ставка, учетная ставка определяет величину платы за аренду денег. Сама плата в данном случае называется дисконтом.

Также часто учетной ставкой называют размер платы в процентах, которую центральный банк устанавливает по ссудам, предоставляемым коммерческим банкам. В российской практике применяется термин «ставка рефинансирования». Чем выше учетная ставка центрального банка, тем более высокий процент взимают затем коммерческие банки за предоставляемый ими клиентам кредит и наоборот.

Фондовый рынок — организованный рынок торговли ценными бумагами.

ЛИТЕРАТУРА

Смирнова Н.Ю. Все о кредитах: Как просчитать все риски? Что делать, если нечем платить? — М.: ЭКСМО, 2009

Смирнова Н.Ю. Куда вкладывать деньги? Школа частного инвестора. — М.: ЭКСМО, 2008.

Смирнова Н.Ю., Астахов П.А. Про кредиты. — М.: ЭКСМО, 2009.

Управление личными финансами / Под ред. А.В. Кочеткова. — М.: ПЕРСЭ, 2008.

Четыркин Е.М. Финансовая математика. — М.: Дело, 2008.

Четыркин Е.М. Финансовый анализ производственных инвестиций. — М.: Дело, 2002.

Ресурсы сети Интернет

www.cbr.ru — официальный сайт Центрального Банка России, где можно найти информацию по ставке рефинансирования, основным макроэкономическим показателям.

www.standardandpoors.ru — официальный сайт международного рейтингового агентства *Standard & Poor's*, содержит рейтинги надежности, корпоративного управления российских банков, страховых компаний и других корпораций и эмитентов.

www.fitchratings.ru — официальный сайт международного рейтингового агентства *Fitch Ratings*, содержит рейтинги надежности и другие рейтинги российских банков, страховых компаний и других корпораций и эмитентов.

www.moodys.ru — официальный сайт международного рейтингового агентства *Moody's*, содержит рейтинги надежности и другие рейтинги российских банков, страховых компаний и других корпораций и эмитентов.

www.ra-national.ru — официальный сайт российского рейтингового агентства «Национальное рейтинговое агентство», содержит рейтинги надежности и другие рейтинги российских банков, страховых компаний, негосударственных пенсионных фондов, стран, регионов.

www.raexpert.ru — официальный сайт российского рейтингового агентства «Эксперт РА», содержит рейтинги надежности и другие рейтинги российских банков, страховых компаний, регионов, а также аналитику и исследования по различным секторам российской экономики, данные о важных конференциях, информацию о полезной деловой литературе.

www.nlu.ru — официальный сайт Национальной лиги управляющих, содержащий новости и информацию о российском рынке ПИФов, об управляющих компаниях, позволяющий сравнивать результаты работы нескольких ПИФов.

www.investfunds.ru — информационный ресурс с ключевой информацией о российских акциях, ПИФах, ОФБУ, доверительном управлении, инвестициях в драгоценные металлы и пенсионном обеспечении, содержащий основную статистику по результатам работы ПИФов и ОФБУ, данные об основных управляющих компаниях, негосударственных пенсионных фондах и банках, основные новости и события на финансовых рынках.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ

Формула наращения по простым процентам

$$S = P\left(1 + \Delta t \frac{i}{T}\right),$$

где S — объем возвращенных средств (или наращенная сумма);
P — первоначальная сумма долга (или вложенная сумма);
Δt — число дней ссуды;
i — процентная ставка;
T — количество дней в году.

Формула наращения по простым процентам при фиксированных изменениях процентной ставки

$$S = P\left(1 + \sum_{j=1}^{n} \frac{i_j}{T} \Delta t_j\right),$$

где S — объем возвращенных средств (или наращенная сумма);
P — первоначальная сумма долга (или вложенная сумма);
$\frac{i_j}{T}$ — дневная ставка наращения простых процентов в периоде j;
Δt_j — продолжительность периода ссуды, в течение которого действует ставка i_j.

Формула дисконтирования

$$P = \frac{S}{1 + \frac{i}{T}\Delta t},$$

где P — первоначальная сумма долга (или вложенная сумма);
S — объем возвращенных средств (или наращенная сумма);
i — годовая процентная ставка (ставка наращения);
T — количество дней в году;
Δt — число дней ссуды.

Формула банковского дисконтирования

$$P = S\left(1 - \frac{d}{T}\Delta t\right),$$

где P — стоимость векселя (текущая);
S — цена погашения векселя;
d — ставка дисконтирования (% годовых);
T — количество дней в году;
Δt — число дней, оставшихся до погашения векселя.

Приложение 2

СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ

Формула наращения по сложным процентам при целом числе лет

$$S = P(1+i)^n,$$

где S — объем возвращенных средств (или наращенная сумма);
P — первоначальная сумма долга (или вложенная сумма);
i — процентная ставка;
n — число лет ссуды.

Формула наращения по сложным процентам при дробном числе лет

$$S = P(1+i)^{\frac{\Delta t}{T}},$$

где S — объем возвращенных средств (или наращенная сумма);
P — первоначальная сумма долга (или вложенная сумма);
i — процентная ставка;
Δt — число дней ссуды;
T — количество дней в году.

Формула наращения по сложным процентам при капитализации процентов *m* раз в году

$$S = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn},$$

где S — объем возвращенных средств (или наращенная сумма);
P — первоначальная сумма долга (или вложенная сумма);
j — номинальная процентная ставка;
m — число капитализаций процентов в году;
n — количество лет ссуды.

Формула наращения по сложным процентам при фиксированных изменениях процентной ставки

$$S = P(1+i_1)^{n_1}(1+i_2)^{n_2} \ldots (1+i_m)^{n_m} = \prod_j^m P(1+i_j)^{n_j},$$

где S — объем возвращенных средств (или наращенная сумма);
P — первоначальная сумма долга (или вложенная сумма);

$i_1, i_2, ..., i_m$ — последовательные во времени значения ставок;
$n_1, n_2, ..., n_m$ — периоды, в течение которых действуют соответствующие процентные ставки.

Формула наращения при непрерывном начислении процентов

$$S = Pe^{in},$$

где S — объем возвращенных средств (или наращенная сумма);
P — первоначальная сумма долга (или вложенная сумма);
e — основание натуральных логарифмов ($e = 2{,}718281$);
i — годовая процентная ставка (ставка наращения);
n — количество лет.

Формула дисконтирования

$$P = \frac{S}{(1+i)^{\frac{\Delta t}{T}}},$$

где P — первоначальная сумма долга (или вложенная сумма);
S — объем возвращенных средств (или наращенная сумма);
i — годовая процентная ставка (ставка наращения);
Δt — число дней ссуды;
T — количество дней в году.

Формула банковского дисконтирования

$$P = S(1-d)^{\frac{\Delta t}{T}},$$

где P — первоначальная сумма долга (или вложенная сумма);
S — объем возвращенных средств (или наращенная сумма);
d — сложная годовая учетная ставка;
Δt — число дней ссуды;
T — количество дней в году.

Приложение 3

РЕНТЫ

Постоянная рента постнумерандо

Годовая рента

Формула расчета наращенной суммы годовой ренты постнумерандо

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1}{i},$$

где S — наращенная сумма ренты;
R — член ренты;
i — годовая процентная ставка;
n — срок ренты.

Формула расчета современной стоимости годовой ренты постнумерандо

$$A = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i},$$

где A — современная стоимость ренты;
R — член ренты;
i — годовая процентная ставка;
n — срок ренты.

Рента p-срочная ($m = 1$, $p \neq 1$)

Формула расчета наращенной суммы ренты постнумерандо

$$S = \frac{R}{p}\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1},$$

где S — наращенная сумма ренты;
$\frac{R}{p}$ — член ренты;
p — число членов ренты в течение года;
i — годовая процентная ставка;
n — срок ренты.

Формула расчета современной стоимости ренты постнумерандо

$$A = \frac{R}{p}\frac{1-(1+i)^{-n}}{(1+i)^{\frac{1}{p}}-1},$$

где A — современная стоимость ренты;

$\frac{R}{p}$ — член ренты;

p — число членов ренты в течение года;

i — годовая процентная ставка;

n — срок ренты.

Годовая рента, начисление процентов *m* раз в году ($p = 1$, $m \neq 1$)

Формула расчета наращенной суммы ренты пренумерандо

$$S = R\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}-1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}-1},$$

где S — наращенная сумма;

R — член ренты;

i — годовая процентная ставка;

m — число раз начисления процентов в году;

n — срок ренты.

Формула расчета современной стоимости ренты пренумерандо

$$A = R\frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-mn}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}-1},$$

где A — современная стоимость ренты;

R — член ренты;

i — годовая процентная ставка;

m — число раз начисления процентов в году;
n — срок ренты.

Рента p-срочная, начисление процентов m раз в году ($p \neq 1$, $m \neq 1$)

Формула расчета наращенной суммы ренты постнумерандо

$$S = \frac{R}{p} \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1},$$

где S — наращенная сумма;
$\frac{R}{p}$ — член ренты;
p — число членов ренты в течение года;
i — годовая процентная ставка;
m — число раз начисления процентов в году;
n — срок ренты.

Формула расчета современной стоимости ренты постнумерандо

$$A = \frac{R}{p} \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-mn}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1},$$

где A — современная стоимость ренты;
$\frac{R}{p}$ — член ренты;
p — число членов ренты в течение года;
i — годовая процентная ставка;
m — число раз начисления процентов в году;
n — срок ренты.

Рента *p*-срочная, число выплат равно числу начислений процентов ($p = m$)

Формула расчета наращенной суммы ренты постнумерандо

$$S = \frac{R}{p} \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn} - 1}{\frac{i}{m}},$$

где S — наращенная сумма;

$\frac{R}{p}$ — член ренты;

p — число членов ренты в течение года;

i — годовая процентная ставка;

m — число раз начисления процентов в году;

n — срок ренты.

Формула расчета современной стоимости ренты постнумерандо

$$A = \frac{R}{p} \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-mn}}{\frac{i}{m}},$$

где A — современная стоимость ренты;

$\frac{R}{p}$ — член ренты;

p — число членов ренты в течение года;

i — годовая процентная ставка;

m — число раз начисления процентов в году;

n — срок ренты.

Бессрочная рента ($n \to \infty$)

Формула расчета современной стоимости годовой ренты постнумерандо

$$A = R \lim_{n \to \infty} \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = R \frac{1}{i} = \frac{R}{i},$$

где A — современная стоимость ренты;

R — член ренты;

i — годовая процентная ставка.

Постоянная рента пренумерандо

Годовая рента

Формула расчета наращенной суммы годовой ренты пренумерандо

$$S = (1+i)\,R\,\frac{(1+i)^n - 1}{i},$$

где S — наращенная сумма;
i — годовая процентная ставка;
R — член ренты;
n — срок ренты.

Формула расчета современной стоимости годовой ренты пренумерандо

$$A = (1+i)\,R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i},$$

где A — современная стоимость ренты;
i — годовая процентная ставка;
R — член ренты;
n — срок ренты.

Рента *p*-срочная, начисление процентов один раз в году ($m = 1$, $p \neq 1$)

Формула расчета наращенной суммы ренты пренумерандо

$$S = \left(1+i\right)^{\frac{1}{p}}\,\frac{R}{p}\,\frac{(1+i)^n - 1}{\left(1+i\right)^{\frac{1}{p}} - 1},$$

где S — наращенная сумма;
i — годовая процентная ставка;
$\frac{R}{p}$ — член ренты;
p — число членов ренты в течение года;
n — срок ренты.

Формула расчета современной стоимости ренты пренумерандо

$$A = \left(1+i\right)^{\frac{1}{p}} \frac{R}{p} \frac{1-(1+i)^{-n}}{\left(1+i\right)^{\frac{1}{p}}-1},$$

где A — современная стоимость ренты;

i — годовая процентная ставка;

$\frac{R}{p}$ — член ренты;

p — число членов ренты в течение года;

n — срок ренты.

Годовая рента, начисление процентов *m* раз в году ($p = 1, m \neq 1$)

Формула расчета наращенной суммы ренты пренумерандо

$$S = \left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} R \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}-1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}-1},$$

где S — наращенная сумма;

i — годовая процентная ставка;

m — число раз начисления процентов в году;

R — член ренты;

n — срок ренты.

Формула расчета современной стоимости ренты пренумерандо

$$A = \left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} R \frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-mn}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}-1},$$

где A — современная стоимость ренты;

i — годовая процентная ставка;

m — число раз начисления процентов в году;

R — член ренты;

n — срок ренты.

Рента *p*-срочная, начисление процентов *m* раз в году ($p \neq 1$, $m \neq 1$)

Формула расчета наращенной суммы ренты пренумерандо

$$S = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} \frac{R}{p} \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1},$$

где S — наращенная сумма;
i — годовая процентная ставка;
m — число раз начисления процентов в году;
$\frac{R}{p}$ — член ренты;
p — число членов ренты в течение года;
n — срок ренты.

Формула расчета современной стоимости ренты пренумерандо

$$A = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} \frac{R}{p} \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-mn}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1},$$

где A — современная стоимость ренты;
i — годовая процентная ставка;
m — число раз начисления процентов в году;
$\frac{R}{p}$ — член ренты;
p — число членов ренты в течение года;
n — срок ренты.

Рента *p*-срочная, число выплат равно числу начислений процентов

Формула расчета наращенной суммы ренты пренумерандо

$$S = \left(1 + \frac{i}{m}\right) \frac{R}{p} \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn} - 1}{\frac{i}{m}},$$

где S — наращенная сумма;

i — годовая процентная ставка;

m — число раз начисления процентов в году;

$\frac{R}{p}$ — член ренты;

p — число членов ренты в течение года;

n — срок ренты.

Формула расчета современной стоимости ренты пренумерандо

$$A = \left(1 + \frac{i}{m}\right) \frac{R}{p} \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-mn}}{\frac{i}{m}},$$

где A — современная стоимость ренты;

i — годовая процентная ставка;

m — число раз начисления процентов в году;

$\frac{R}{p}$ — член ренты;

p — число членов ренты в течение года;

n — срок ренты.

Бессрочная годовая рента ($n \to \infty$)

Формула расчета современной стоимости бессрочной годовой ренты пренумерандо

$$A = R(1+i) \lim_{n\to\infty} \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = R(1+i)\frac{1}{i} = \frac{R}{i}(1+i),$$

где A — современная стоимость ренты;

R — член ренты;

i — годовая процентная ставка.

Приложение 4

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ

Формула расчета чистого приведенного дохода

$$NPV = \sum_{j=1}^{n_2} \frac{E_j}{(1+d)^{t_j}} - \sum_{i=1}^{n_1} \frac{K_i}{(1+d)^{t_i}} \ ,$$

где NPV — чистый приведенный доход;
E_j — доходы в периоде j ($j = 1, 2, ..., n_2$);
d — ставка дисконтирования;
K_i — инвестиционные расходы в периоде i ($i = 1, 2, ..., n_1$);
n_1 — число платежей в период инвестиций;
n_2 — число платежей в период отдачи от инвестиций.

Формула расчета индекса прибыльности инвестиции

$$PI = \frac{\sum_{j=1}^{n_2} \frac{E_j}{(1+d)^{t_1}}}{\sum_{i=1}^{n_1} \frac{K_i}{(1+d)^{t_2}}} \ ,$$

где PI — индекс прибыльности;
E_j — доходы в периоде j ($j = 1, 2, ..., n_2$);
d — ставка дисконтирования;
K_i — инвестиционные расходы в периоде i ($i = 1, 2, ..., n_1$);
n_1 — число платежей в период инвестиций;
n_2 — число платежей в период отдачи от инвестиций.

Формула расчета внутренней нормы доходности

$$\sum_{j=1}^{n_2} \frac{E_j}{(1+IRR)^{t_j}} - \sum_{i=1}^{n_1} \frac{K_i}{(1+IRR)^{t_i}} = 0,$$

где E_j — доходы в периоде j ($j = 1, 2, ..., n_2$);
IRR — внутренняя норма доходности;
K_i — инвестиционные расходы в периоде i ($i = 1, 2, ..., n_1$);
n_1 — число платежей в период инвестиций;
n_2 — число платежей в период отдачи от инвестиций.

Приложение 5

ОБЛИГАЦИИ

Формула расчета курса облигации

$$K = \frac{P}{N}100,$$

где K — курс облигации;
P — рыночная цена;
N — номинал облигации.

Оценка облигаций с периодической выплатой процентов и погашением номинала в конце срока

Формула расчета текущей стоимости (цены) облигации

$$PV = \sum_{i=1}^{n} \frac{gN}{(1+i)^n} + \frac{N}{(1+i)^n},$$

где PV — текущая стоимость облигации;
g — годовая купонная ставка;
N — номинал облигации;
i — ставка дисконтирования;
n — срок, оставшийся до погашения облигации.

Формула расчета текущей доходности облигации (доходности по купонам)

$$i_{\text{тек}} = \frac{gN}{P} = \frac{g}{K}100,$$

где g — годовая купонная ставка;
N — номинал облигации;
P — цена облигации;
K — курс облигации.

Формула расчета полной доходности облигации

$$PV = \sum_{i=1}^{n} \frac{gN}{(1+i)^n} + \frac{N}{(1+i)^n},$$

где PV — текущая стоимость облигации;
g — годовая купонная ставка;
N — номинал облигации;
i — ставка дисконтирования;
n — срок, оставшийся до погашения облигации.

Оценка облигаций с нулевым купоном

Формула расчета текущей стоимости (цены) облигации

$$PV = \frac{N}{(1+i)^n},$$

где PV — текущая стоимость облигации;
N — номинал облигации;
i — ставка дисконтирования;
n — срок, оставшийся до погашения облигации.

Формула расчета полной доходности облигации

$$i = \sqrt[n]{\frac{N}{PV}} - 1,$$

где i — доходность облигации;
N — номинал облигации;
PV — текущая стоимость облигации;
n — срок, оставшийся до погашения облигации.

Оценка облигаций с выплатой процентов и номинала в конце срока

Формула расчета текущей стоимости (цены) облигации

$$PV = \frac{N(1+g)^n}{(1+i)^n},$$

где PV — текущая стоимость облигации;
N — номинал облигации;
g — годовая купонная ставка;
i — ставка дисконтирования;
n — срок, оставшийся до погашения облигации.

Формула расчета полной доходности облигации

Полная доходность облигации i выражается из нижеследующей формулы методом подбора параметра в *Excel*:

$$PV = \frac{N(1+g)^n}{(1+i)^n},$$

где PV — текущая стоимость облигации;
N — номинал облигации;
g — годовая купонная ставка;
n — срок, оставшийся до погашения облигации.

Оценка бессрочных облигаций

Формула расчета текущей стоимости (цены) облигации

$$PV = \frac{gN}{i},$$

где PV — текущая стоимость облигации;
g — годовая купонная ставка;
N — номинал облигации;
i — ставка дисконтирования.

Оценка рыночного риска для облигаций

Расчет показателя средневзвешенной продолжительности для облигации

$$Duration = \frac{\sum_{j=1}^{n} t_j S_j \nu^{t_j}}{\sum_{j=1}^{n} S_j \nu^{t_j}},$$

где t_j — интервал времени между текущим моментом и j-м платежом;
S_j — размер j платежа;
v — множитель дисконтирования.

Уравнение эластичности

$$\frac{\partial P}{\partial i} = -\frac{1}{1+i} Duration\ P,$$

где ∂P — изменение цены облигации;
∂i — изменение процентной ставки за некоторый интервал времени;

Duration — средневзвешенная продолжительность платежей по облигациям;

P — цена облигации.

Расчет показателя модифицированной Duration

$$MD = \frac{Duration}{1 + \frac{i}{p}},$$

где *MD* — модифицированная *Duration*;

Duration — средневзвешенная продолжительность платежей по облигациям.

i — ставка дисконтирования;

p — количество купонных выплат в году.

Приложение 6

ПОРТФЕЛЬ ОБЛИГАЦИЙ

Доходность портфеля облигаций

Доходность портфеля измеряется в виде годовой ставки сложных процентов.

Точный метод

При использовании этого метода стоимость портфеля ценных бумаг приравнивается сумме современных величин поступлений от платежей по ценным бумагам:

$$\sum_{j=1}^{n} Q_j P_j = \sum_{l=1}^{n} \frac{S_l}{(1+i)^{\Delta t_l}},$$

где Q_j — количество ценных бумаг типа j;

P_j — цена приобретения ценных бумаг типа j;

S_l — выплаты по ценным бумагам, содержащимся в портфеле.

Приближенные методы

1. В качестве весов берутся стоимости облигаций по цене приобретения:

$$I = \frac{\sum i_j Q_j P_j}{\sum Q_j P_j},$$

где I — доходность портфеля облигаций;

i_j — полная доходность облигации типа j;

Q_j — количество облигаций типа j;

P_j — цена приобретения облигаций.

2. В качестве весов принимаются произведения показателей *Duration* на стоимость облигаций:

$$I = \frac{\sum i_j D_j Q_j P_j}{\sum D_j Q_j P_j},$$

где I — доходность портфеля облигаций;

i_j — полная доходность облигации типа j;

D_j — средневзвешенная продолжительность платежей по облигациям типа j;
Q_j — количество облигаций типа j;
P_j — цена приобретения облигаций.

Оценка рыночного риска портфеля облигаций

Чтобы узнать, насколько сильно портфель облигаций подвержен рыночному риску, рассчитывается показатель *Duration* для портфеля облигаций.

Существует два метода расчета.

Точный метод

$$Duration = \frac{\sum_{j=1}^{n} t_j S_j \nu^{t_j}}{\sum_{j=1}^{n} S_j \nu^{t_j}},$$

где t_j — интервал времени между текущим моментом и j-м платежом;
S_j — размер j платежа;
v — множитель дисконтирования.

Приближенный метод

В этом случае рассчитывают *Duration* по каждому типу облигаций, а затем суммируют средневзвешенные значения *Duration* по объему вложенных в каждую облигацию средств:

$$Duration_{\text{срвзв}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i \, Duration_i}{Q_\Sigma},$$

где Q_i — стоимость облигаций типа i;
$Duration_i$ — средневзвешенная продолжительность платежей по облигациям типа i;
Q_Σ — стоимость портфеля облигаций.

Учебное пособие

С.В. Еремина, А.А. Климов, Н.Ю. Смирнова

ОСНОВЫ ФИНАНСОВЫХ РАСЧЕТОВ

Редактор *М.Л. Григораш*
Художник *В.П. Коршунов*
Компьютерная подготовка оригинал-макета *Т.А. Лобанова*
Корректор *Т.Н. Немчинова*

Подписано в печать 24.09.2015. Формат $60 \times 90^{1}/_{16}$.
Гарнитура Ньютон. Усл. печ. л. 10,5.
Доп. тираж 50 экз. Заказ № 968.

Издательский дом «Дело» РАНХиГС
119571, Москва, пр-т Вернадского, 82
Коммерческий центр — тел. (495) 433-25-10, (495) 433-25-02
www.ranepa.ru
delo@ranepa.ru

Отпечатано в типографии РАНХиГС
119571, Москва, пр-т Вернадского, 82

ISBN 978-5-7749-1086-1

9 785774 910861